

Primljen / Received: 26.12.2013.

Ispravljen / Corrected: 19.2.2014.

Prihvaćen / Accepted: 20.4.2014.

Dostupno online / Available online: 10.5.2014.

Analiza utjecaja pojasnica na kritično koncentrirano opterećenje tankostijenog I-nosača

Autori:



Mr.sc. **Milivoje Rogač**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Crne Gore
Građevinski fakultet u Podgorici
milivojer@ac.me



Doc.dr.sc. **Olga Mijušković**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Crne Gore
Građevinski fakultet u Podgorici
olja_64@yahoo.com



Prof.dr.sc. **Duško Lučić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Crne Gore
Građevinski fakultet u Podgorici
dlucic@ac.me



Doc.dr.sc. **Srđa Aleksić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište Crne Gore
Građevinski fakultet u Podgorici
asrdja@ac.me

Prethodno priopćenje

Milivoje Rogač, Olga Mijušković, Duško Lučić, Srđa Aleksić

Analiza utjecaja pojasnica na kritično koncentrirano opterećenje tankostijenog I-nosača

U radu je prikazana numerička analiza utjecaja pojasnica na razinu kritičnog opterećenja tankostijenog I-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem. Analiza je provedena formiranjem 3D modela u programskom paketu Abaqus na temelju metode konačnih elemenata, varirajući odnos debljine pojasnica prema debljini hrpta. Podudaranje rezultata 2D numeričkih modela hrpta nosača kao izdvojene ploče s rezultatima postojećeg analitičkog modela predstavlja realnu osnovu na kojoj se temelji očekivana točnost 3D modela.

Ključne riječi:

elastična stabilnost, tankostijeni I-nosači, koncentrirano opterećenje, numerička analiza, posmična naprezanja

Preliminary note

Milivoje Rogač, Olga Mijušković, Duško Lučić, Srđa Aleksić

Analysis of flange impact on critical patch load of thin-walled I-girders

A numerical analysis of the flange impact on the critical load level of thin-walled I-girders subjected to patch load. The analysis is done by forming a 3D model in Abaqus software based on the finite element method, through variation of flange to web thickness ratio. 2D numerical models of girders web as isolated plate are also created. Consistence of 2D numerical and existing analytical results is the real basis for the expected accuracy of the 3D model.

Key words:

elastic stability, thin-walled I-girders, patch load, numerical analysis, shear stress

Vorherige Mitteilung

Milivoje Rogač, Olga Mijušković, Duško Lučić, Srđa Aleksić

Analyse des Einflusses von Flanschen auf die kritische Punktlast von dünnwandigen I-Profilen

In der vorliegenden Arbeit wird eine numerische Analyse des Einflusses von Flanschen auf das Niveau der kritischen Belastung von dünnwandigen I-Profilen unter Punktlasten dargestellt. Die Analyse ist auf einem im Softwarepaket Abaqus durch finite Elemente erstellen 3D Modell beruhend, durchgeführt worden, indem das Verhältnis von Flanschen- und Stegstärke variiert wurde. Übereinstimmende Ergebnisse 2D-numerischer Modelle der Flanschen als einzelner Platten und des analytischen Modells werden als angemessene Grundlage für die erwartete Genauigkeit des 3D-Modells angenommen.

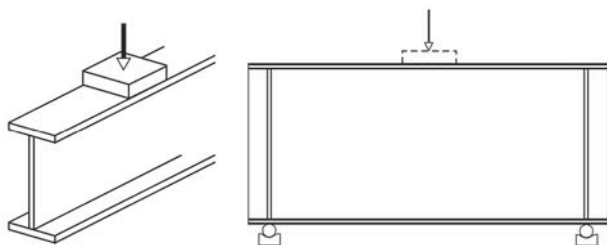
Schlüsselwörter:

elastische Stabilität, dünnwandiger I-Profil, kritische Last, Numerische Analyse, Schubspannungen

1. Uvod

Za opterećenje koje djeluje lokalno na maloj dužini/površini konstrukcijskog elementa kaže se da je koncentrirano opterećenje. Posebno je zanimljiv problem stabilnosti tankostijenih I-nosača opterećenih koncentriranim opterećenjem koje djeluje centrično u odnosu na ravninu hrpta nosača (slika 1.).

Rješenje problema je teorijski razrađeno primjenom dva različita pristupa. Prvi pristup razmatra kritičnu silu izbočavanja primjenom teorije elastične stabilnosti, dok drugi pristup primjenjuje metodu deformacijskog rada na prethodno usvojenom mehanizmu loma. Europska norma 1993-1-5 [1] koja obrađuje područje nosivosti tankostijenih presjeka izloženih djelovanju koncentriranog opterećenja temeljena je na kombinaciji prethodno navedenih pristupa. Predmetno istraživanje se bavi problemom elastične stabilnosti hrpta I-nosača pod koncentriranim opterećenjem.



Slika 1. Tankostijeni I-nosač opterećen koncentriranim opterećenjem

Da bi se definirala analitička rješenja predmetnog problema, obično se hrptovi I-nosača tretiraju kao izdvojene ploče. Zone vertikalnih ukrućenja (slika 1.) modeliraju se kao slobodno oslonjeni rubovi ploče, a uzdužni rubovi, ovisno o debljinama pojasnica, kao slobodno oslonjeni (tanje pojasnice), odnosno ukliješteni (deblje pojasnice). U literaturi se mogu pronaći tvrdnje da pristup rješavanju kritične sile prema teoriji elastične stabilnosti ploče ne može opisati realno ponašanje nosača (slika 1.). Razlog takvim tvrdnjama leži u činjenici da se pri elastičnoj analizi stabilnosti ploče vanjsko opterećenje najčešće aproksimira ravnomjerno raspodijeljenim opterećenjem duž rubova ploče, odnosno usvaja se približna funkcija naprezanja u ploči, što značajno utječe na intenzitet kritičnog opterećenja. U doktorskoj disertaciji [2] potvrđena je važnost uvođenja točne funkcije raspodjele naprezanja pri analizi stabilnosti pravokutnih ploča.

Osim stvarne funkcije naprezanja u hrptu nosača, uvođenje pojasnica u analizu stabilnosti hrpta I-nosača, kroz niz drugih učinaka (elastično ukliještenje hrpta; krutost pojasnica na savijanje, uzdužna i torzijska krutost pojasnica; rasprostiranje opterećenja kroz pojasnicu), utječe na povećanje vrijednosti koeficijenta izbočavanja. Prethodni stav su proučavali brojni autori [3-6], poglavito kroz numeričku analizu na temelju metode konačnih elemenata, s obzirom na kompleksnost problema i velik broj parametara koji utječu na intenzitet kritičnog opterećenja tankostijenog I-nosača. Lagerqvist i Johansson [3] istraživali su

utjecaj pojasnica na elastičnu stabilnost hrpta I-nosača, kao i utjecaj dužine nanošenja opterećenja na kritično opterećenje. Na temelju spomenutog numeričkog istraživanja predložen je izraz za proračun koeficijenta izvijanja tankostijenog I-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem. Pojednostavljena varijanta toga izraza sastavni je dio Eurokoda 3 (EN 1993-1-5:2006, slika 6.1) [1].

No unatoč brojnim opsežnim istraživanjima, problem je još uvijek aktualan. U ovom radu je prikazana numerička analiza utjecaja pojasnica na razinu kritičnog opterećenja I-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem, s posebnim osvrtom na utjecaj posmičnih naprezanja u zoni vertikalnih ukrućenja i posmičnih naprezanja na kontaktu hrbat-pojasnice na odgovor nosača. Analiza je provedena formiranjem 3D modela (slika 4., poglavlje 2.3.) u programskom paketu Abaqus [7] na temelju metode konačnih elemenata, varirajući odnos debljine pojasnica prema debljini hrpta. Radi odabira odgovarajućeg konačnog elementa i gustoće mreže za 3D model, formirani su numerički 2D modeli ploča (slika 2., poglavlje 2.2.) različitih graničnih uvjeta oslanjanja. Podudaranje rezultata 2D numeričke analize s rezultatima odgovarajućeg analitičkog modela iz [8] predstavlja osnovu na kojoj se temelji očekivana točnost 3D numeričke analize.

2. Numerička analiza

2.1. Opći parametri numeričkih modela

Sve numeričke analize provedene su u Abaqus/Standard procesoru [7] korištenjem "eigenvalue buckling" procedure proračuna. Proračunana je minimalna kritična sila, odnosno prvi oblik izvijanja. Oblici izvijanja u Abaqusu predstavljaju generalizirane vektore, a ne stvarne pomake pri kritičnom opterećenju, tako da na svim oblicima izvijanja prikazanim u poglavljima 2.2 i 2.3, maksimalni intenzitet pomaka iznosi 1,0. Koncentrirano opterećenje je modelirano nizom koncentriranih sila raspoređenih u čvorovima konačnih elemenata na dužini l . Usvojeni tip nanošenja opterećenja uvjetovao je gustoću mreže konačnih elemenata (5x5 mm). Prilično gusta mreža konačnih elemenata nije značajno utjecala na brzinu proračuna jer je jednostavna geometrija u slučaju 2D i 3D modela, tako da daljnja analiza utjecaja gustoće mreže na točnost rezultata numeričke analize nije provedena. Korišten je S4 *shell* konačni element prvog reda s četiri integracijske točke i šest stupnjeva slobode po svakom od četiri čvora [7]. S obzirom na to da se kod S4 elementa koristi linearna interpolacija duž stranica elementa, koncentrirano linijsko opterećenje je modelirano nizom koncentriranih sila istog intenziteta, raspoređenih u središnjim čvorovima konačnih elemenata na dužini l , odnosno silama upola manjeg intenziteta u krajnjim čvorovima na dužini nanošenja opterećenja. Na početku analize provedeno je nekoliko numeričkih analiza sa S8R5 *shell* konačnim elementom drugog reda s osam čvorova. Zanimljivo malo odstupanje rezultata u odnosu na modele sa S4 konačnim elementom, ali i

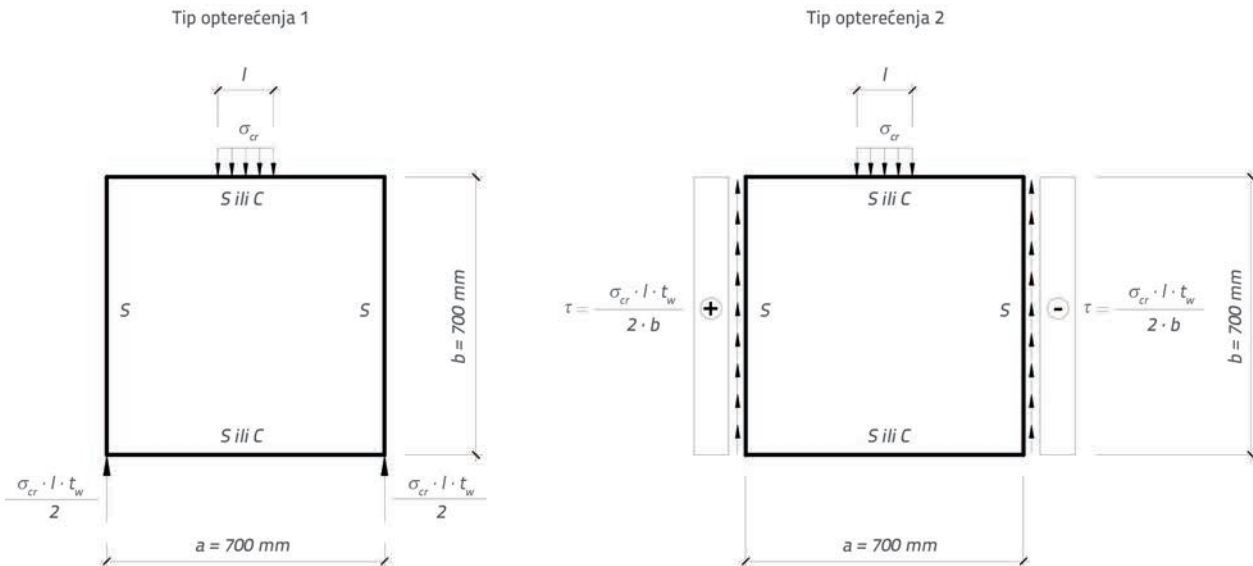
teži i sporiji model u slučaju S8R5 elementa, razlozi su zbog kojih je za daljnje analize odabran S4 shell konačni element. Usvojene su sljedeće mehaničke karakteristike pretpostavljenog materijala za ovo istraživanje: $E = 10000 \text{ kN/cm}^2$ - Youngov modul elastičnosti; $\nu = 0,3$ - Poissonov koeficijent.

2.2. Hrpat kao izdvojena ploča

Za kvadratne ploče dimenzija $a \times b = 700 \times 700 \text{ mm}$, SSSS odnosno CSCS rubnih uvjeta oslanjanja, debljine $t_w = 10 \text{ mm}$ i $t_w = 5 \text{ mm}$, proračunane su vrijednosti kritičnog opterećenja σ_{cr}

raspodijeljenog na dužini $l = 70 \text{ mm}$ i $l = 210 \text{ mm}$ (slika 2.). Dakle, analizirani odnos dimenzija ploče je $\phi = a / b = 1$, a analizirani odnosi dužine djelovanja opterećenja prema rasponu ploče su $\gamma = l / a = 0,1$ i $0,3$. U svim čvorovima na slobodno oslonjenim (S) i uklještenim (C) rubovima ploča spriječeni su pomaci okomito na ravninu ploče, dok je u slučaju C rubnog uvjeta spriječena i rotacija oko pravca oslanjanja. Kroz različite tipove opterećenja analiziran je utjecaj posmičnih naprezanja u zonama vertikalnih ukrčenja na intenzitet kritičnog opterećenja.

Tip opterećenja 1 predstavlja realnu simulaciju hrpta većine kratkih eksperimentalno ispitanih nosača, kod kojih se

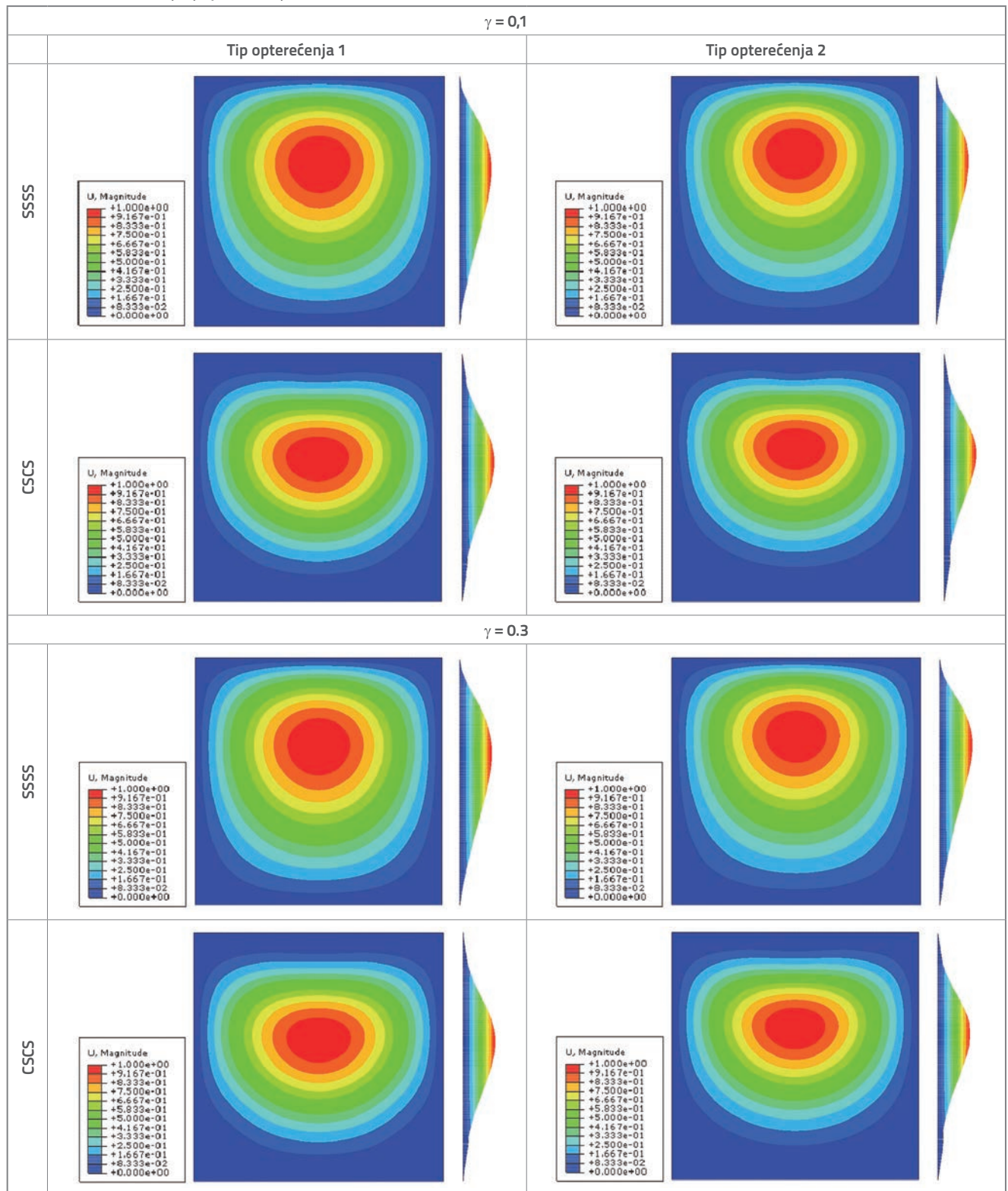


Slika 2. Hrpat I-nosača kao izdvojena ploča

Tablica 1. Rezultati numeričke analize stabilnosti hrpta kao izdvojene ploče

Tip opterećenja	Granični uvjeti	γ	t_w [mm]	F_{cr} [kN]	Odnos opterećenja Tip 2 / Tip 1 [%]	σ_{cr} [kN/cm ²]	k	Analitičko rješenje k [8]	Odstupanje [%]
Tip 1	SSSS	0,1	10	379,830		52,26	29,42	29,63	0,72
	SSSS	0,1	5	47,549		13,59	29,46		0,57
	SSSS	0,3	10	100,150		19,05	10,33	10,41	0,76
	SSSS	0,3	5	50,088		4,77	10,34		0,63
	CSCS	0,1	10	737,040		105,29	57,08	57,41	0,57
	CSCS	0,1	5	92,437		26,41	57,27		0,24
	CSCS	0,3	10	767,740		36,56	19,82	19,92	0,50
	CSCS	0,3	5	96,248		9,17	19,88		0,21
Tip 2	SSSS	0,1	10	424,490	11,76	60,64	32,88		
	SSSS	0,1	5	53,161	11,80	15,19	32,94		
	SSSS	0,3	10	453,290	13,28	21,59	11,70		
	SSSS	0,3	5	56,760	13,32	5,41	11,72		
	CSCS	0,1	10	895,890	21,55	127,98	69,39		
	CSCS	0,1	5	112,490	21,69	32,14	39,70		
	CSCS	0,3	10	949,520	23,68	45,22	24,51		
	CSCS	0,3	5	119,130	23,77	11,35	24,60		

Tablica 2. Prvi oblici izvijanja ploče debljine 10 mm



koncentrirano opterećenje prenosi preko ležajnih reakcija (slika 2., tip opterećenja 1). U praksi se međutim javljaju mnogo duži nosači, kod kojih se kontrola stabilnosti na izbočivanje

rebra provodi na izoliranom dijelu hrpta između poprečnih ukrčenja. U zoni poprečnih ukrčenja, kao posljedica poprečnih sila, javlja se komponenta posmičnog naprezanja

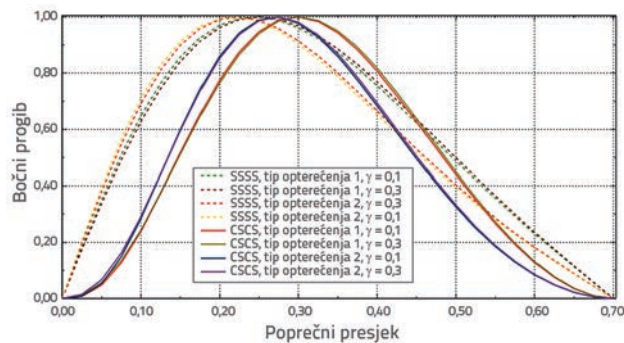
koja osigurava ravnotežu sustava kao cjeline. Poznato je prema teoriji tankostijenog presjeka da će se uzduž hrpta I-nosača pojaviti parabolična raspodjela posmičnog naprezanja uslijed unutarnje poprečne sile, ali je u literaturi [9] dokazano da se u slučaju proračuna kritičnog opterećenja izvijanja stvarna raspodjela posmičnog naprezanja može s velikom točnošću aproksimirati jednolikim posmičnim naprezanjem uzduž visine hrpta (τ), (slika 2., tip opterećenja 2).

Kritični napon izvijanja je izračunan prema izrazu (1) na temelju kritične sile F_{cr} izračunane u Abaqusu dok je koeficijent izvijanja k u tablici 1. određen prema izrazu (3):

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{t_w \cdot l} \quad \text{- kritični napon izvijanja} \quad (1)$$

$$\sigma_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{a}\right)^2 \quad \text{- kritična vrijednost tlačnog naprezanja prema [10]} \quad (2)$$

$$k = \sigma_{cr} / \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{a}\right)^2 \quad \text{- koeficijent izbočavanja} \quad (3)$$



Slika 3. Oblici izvijanja ploče debljine 10 mm; vertikalni presjek u sredini ploče

2.2.1. Analiza rezultata i zaključci

Razlike između izračunanih koeficijenata izvijanja za ploče debljine 10 mm i 5 mm u slučaju istih uvjeta oslanjanja, istog tipa opterećenja i iste dužine nanošenja opterećenja neznatne su, kako pokazuje tablica 1., što je očekivano s obzirom na to da je kritično opterećenje određeno prema teoriji elastične stabilnosti. To je i razlog zašto je daljnja analiza rezultata (tablica 2. i slika 3.) usmjerena na ploče debljine 10 mm.

Odstupanja numerički izračunanih koeficijenata izvijanja u odnosu na rezultate analitičkog rješenja [8] u prihvatljivim su granicama (do 0,76 % za tip opterećenja 1) čime je potvrđena točnost numeričkog postupka proračuna. Podudaranje numeričkih i analitičkih rezultata u slučaju izdvojene ploče predstavlja realnu osnovu na kojoj se temelji očekivana točnost 3D numeričke analize koja je provedena u poglavlju 2.3. Vrijednosti koeficijenta izvijanja izračunane metodom konačnih elemenata manje su od analitičkih vrijednosti (tablica 1.), zbog ograničenog broja članova u interpolacijskim funkcijama.

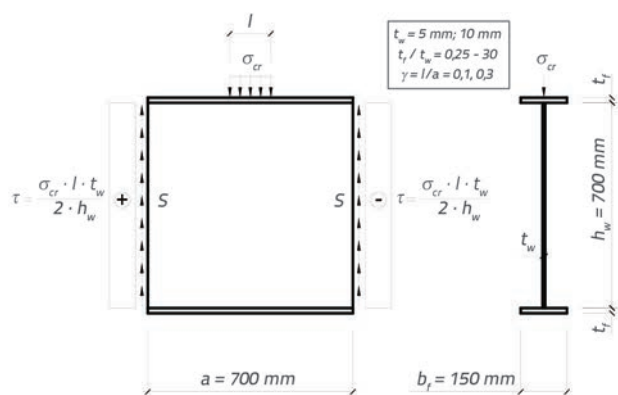
Uvođenjem u analizu jednolike raspodjele posmičnih naprezanja u poprečnom smjeru došlo je do rasterećenja ploče, odnosno povećanja kritične sile izbočavanja do 13,3 % u slučaju SSSS rubnih uvjeta, a do 20,7 % u slučaju CSCS rubnih uvjeta oslanjanja (tablica 1.).

Potvrđena je poznata teza iz literature [2, 4] da dužina djelovanja opterećenja utječe na intenzitet kritične sile izvijanja. Zabilježeno je neznatno povećanje kritične sile u slučaju $\gamma = 0,3$ u odnosu na slučaj $\gamma = 0,1$. Navedeno je povećanje u granicama 4,16 % do 5,35 % u slučaju SSSS rubnih uvjeta, odnosno 5,90 % do 6,78 % u slučaju CSCS rubnih uvjeta (tablica 1.). Neznatna odstupanja kritičnih sila potvrđuju se analizom oblika izvijanja ploče za ta dva slučaja opterećenja (tablica 2., slika 3.), gdje se mogu uočiti gotovo identični oblici izvijanja za $\gamma = 0,3$ i $\gamma = 0,1$.

Konačno, uvođenjem para uklještenih rubova u analizu (CSCS rubni uvjeti) došlo je do očekivanog povećanja koeficijenta izvijanja u odnosu na k za slobodno oslonjenu ploču na sve četiri strane (SSSS rubni uvjeti). Za tip opterećenja 1, k se povećao oko 1,9 puta, a za tip opterećenja 2, oko 2,1 put (tablica 1.). Time su definirane donja i gornja granična vrijednost koeficijenta izbočavanja, koje bi trebale obuhvatiti sve međuvrijednosti koeficijenta k u slučaju elastičnog uklještenja na kontaktu hrbat-pojasnice.

2.3. 3D model

U prethodnom poglavlju je potvrđeno da uvođenje jednolike komponente posmičnih naprezanja u zoni poprečnih ukrčenja I-nosača u elastičnu analizu stabilnosti hrpta kao izdvojene ploče uzrokuje značajno povećanje kritične sile. Da se u analizu uvedu posmična naprezanja na kontaktu hrbat-pojasnice, to bi 2D model postavilo na višu razinu, približavajući funkciju naprezanja u ploči stvarnom stanju naprezanja u hrptu nosača. Ta je pretpostavka istražena izradom niza 3D numeričkih modela tankostijenog I-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem (slika 4.).



Slika 4. 3D model

Osim općih parametara numeričkih modela, definiranih u poglavlju 2.1, karakteristike 3D modela sada će se

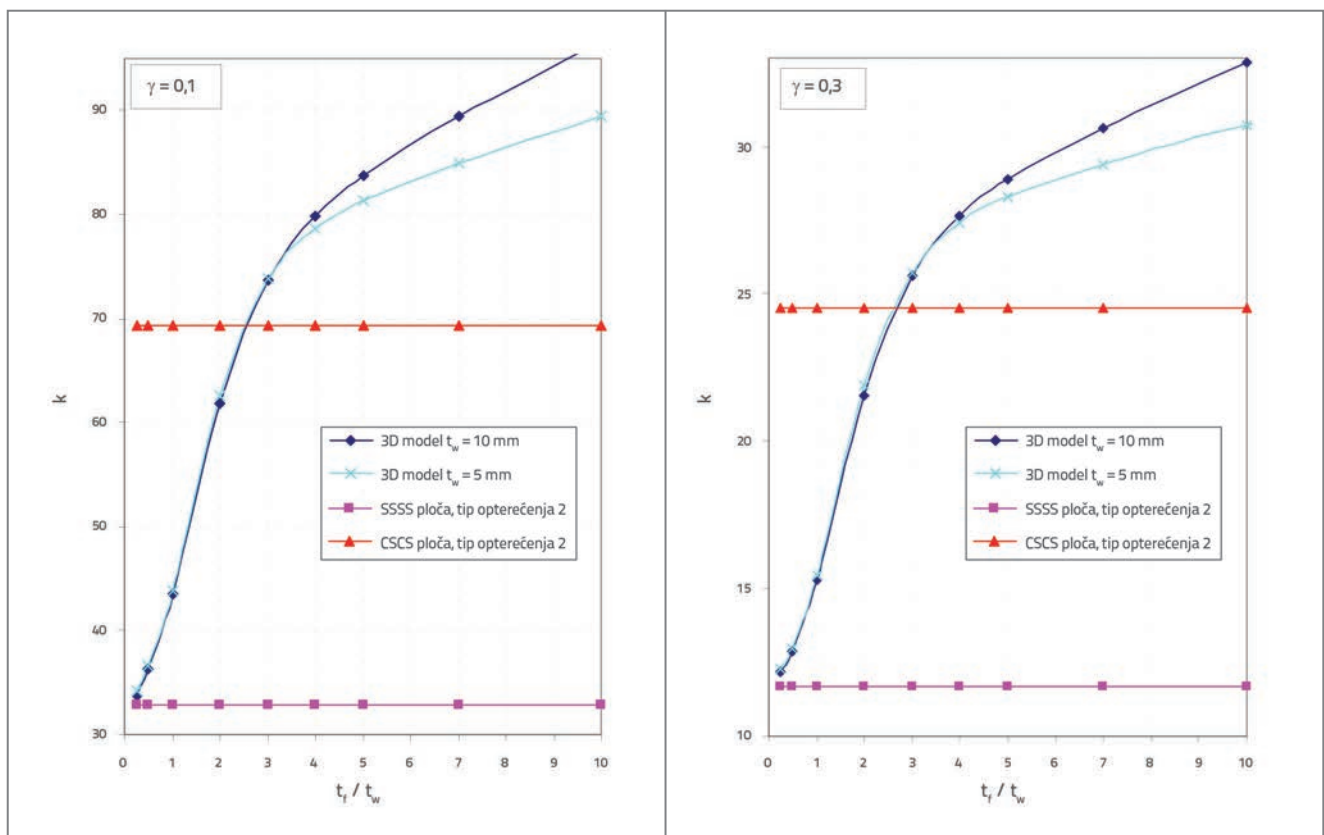
Tablica 3. Tablični prikaz rezultata numeričke analize

$\gamma = 0.1$																																																																															
<table border="1"> <tr><td>3D model</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$a = h_w =$</td><td>700 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_w =$</td><td>10 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$l =$</td><td>70 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\gamma = l/a =$</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$E =$</td><td>10000 kN/cm²</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\nu =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					3D model					$a = h_w =$	700 mm				$t_w =$	10 mm				$l =$	70 mm				$\gamma = l/a =$	0,1				$E =$	10000 kN/cm ²				$\nu =$	0,3				<table border="1"> <tr><td>3D model</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$a = h_w =$</td><td>700 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_w =$</td><td>5 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$l =$</td><td>70 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\gamma = l/a =$</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$E =$</td><td>10000 kN/cm²</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\nu =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					3D model					$a = h_w =$	700 mm				$t_w =$	5 mm				$l =$	70 mm				$\gamma = l/a =$	0,1				$E =$	10000 kN/cm ²				$\nu =$	0,3			
3D model																																																																															
$a = h_w =$	700 mm																																																																														
$t_w =$	10 mm																																																																														
$l =$	70 mm																																																																														
$\gamma = l/a =$	0,1																																																																														
$E =$	10000 kN/cm ²																																																																														
$\nu =$	0,3																																																																														
3D model																																																																															
$a = h_w =$	700 mm																																																																														
$t_w =$	5 mm																																																																														
$l =$	70 mm																																																																														
$\gamma = l/a =$	0,1																																																																														
$E =$	10000 kN/cm ²																																																																														
$\nu =$	0,3																																																																														
t_f [mm]	t_f / t_w	F_{cr} [kN]	σ_{cr} [kN/cm ²]	k	t_f [mm]	t_f / t_w	F_{cr} [kN]	σ_{cr} [kN/cm ²]	k																																																																						
2,5	0,25	436,27	62,32	33,79	1,25	0,25	55,1	15,74	34,14																																																																						
5	0,5	467,95	66,85	36,24	2,5	0,5	58,958	16,85	36,53																																																																						
10	1	561,22	80,17	43,47	5	1	70,754	20,22	43,84																																																																						
20	2	797,46	113,92	61,76	10	2	101,07	28,8	62,62																																																																						
30	3	950,78	135,83	73,64	15	3	119,08	34,02	73,78																																																																						
40	4	1030,5	147,21	79,81	20	4	127,03	36,29	78,71																																																																						
50	5	1080,7	154,39	83,70	25	5	131,36	37,53	81,39																																																																						
70	7	1154	164,86	89,38	35	7	137,19	39,20	85,00																																																																						
100	10	1248	178,29	96,66	50	10	144,41	41,26	89,48																																																																						
300	30	1511,1	215,87	117,03	150	30	181,46	51,85	112,43																																																																						
<table border="1"> <tr><td colspan="3">Ploča, tip opterećenja 2</td></tr> <tr><td colspan="3">Granični uvjeti</td></tr> <tr><td rowspan="2">k =</td><td>SSSS</td><td>CSCS</td></tr> <tr><td>32,88</td><td>69,39</td></tr> </table>					Ploča, tip opterećenja 2			Granični uvjeti			k =	SSSS	CSCS	32,88	69,39	<table border="1"> <tr><td colspan="3">Ploča, tip opterećenja 2</td></tr> <tr><td colspan="3">Granični uvjeti</td></tr> <tr><td rowspan="2">k =</td><td>SSSS</td><td>CSCS</td></tr> <tr><td>32,94</td><td>69,7</td></tr> </table>					Ploča, tip opterećenja 2			Granični uvjeti			k =	SSSS	CSCS	32,94	69,7																																																
Ploča, tip opterećenja 2																																																																															
Granični uvjeti																																																																															
k =	SSSS	CSCS																																																																													
	32,88	69,39																																																																													
Ploča, tip opterećenja 2																																																																															
Granični uvjeti																																																																															
k =	SSSS	CSCS																																																																													
	32,94	69,7																																																																													
$\gamma = 0.3$																																																																															
<table border="1"> <tr><td>3D model</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$a = h_w =$</td><td>700 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_w =$</td><td>10 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$l =$</td><td>210 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\gamma = l/a =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$E =$</td><td>10000 kN/cm²</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\nu =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					3D model					$a = h_w =$	700 mm				$t_w =$	10 mm				$l =$	210 mm				$\gamma = l/a =$	0,3				$E =$	10000 kN/cm ²				$\nu =$	0,3				<table border="1"> <tr><td>3D model</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$a = h_w =$</td><td>700 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$t_w =$</td><td>5 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$l =$</td><td>210 mm</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\gamma = l/a =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$E =$</td><td>10000 kN/cm²</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$\nu =$</td><td>0,3</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>					3D model					$a = h_w =$	700 mm				$t_w =$	5 mm				$l =$	210 mm				$\gamma = l/a =$	0,3				$E =$	10000 kN/cm ²				$\nu =$	0,3			
3D model																																																																															
$a = h_w =$	700 mm																																																																														
$t_w =$	10 mm																																																																														
$l =$	210 mm																																																																														
$\gamma = l/a =$	0,3																																																																														
$E =$	10000 kN/cm ²																																																																														
$\nu =$	0,3																																																																														
3D model																																																																															
$a = h_w =$	700 mm																																																																														
$t_w =$	5 mm																																																																														
$l =$	210 mm																																																																														
$\gamma = l/a =$	0,3																																																																														
$E =$	10000 kN/cm ²																																																																														
$\nu =$	0,3																																																																														
t_f [mm]	t_f / t_w	F_{cr} [kN]	σ_{cr} [kN/cm ²]	k	t_f [mm]	t_f / t_w	F_{cr} [kN]	σ_{cr} [kN/cm ²]	k																																																																						
2,5	0,25	471,99	22,48	12,19	1,25	0,25	59,388	5,66	12,27																																																																						
5	0,5	499,06	23,76	12,88	2,5	0,5	62,751	5,98	12,96																																																																						
10	1	593,29	28,25	15,32	5	1	74,726	7,12	15,43																																																																						
20	2	835,55	39,79	21,57	10	2	105,92	10,09	21,88																																																																						
30	3	992,59	47,27	25,63	15	3	124,6	11,87	25,73																																																																						
40	4	1071,6	51,03	27,67	20	4	132,75	12,64	27,42																																																																						
50	5	1119,1	53,29	28,89	25	5	136,99	13,05	28,29																																																																						
70	7	1186,4	56,50	30,63	35	7	142,29	13,55	29,39																																																																						
100	10	1273,1	60,62	32,87	50	10	148,64	14,16	30,70																																																																						
300	30	1516,2	72,20	39,14	150	30	182,69	17,40	37,73																																																																						
<table border="1"> <tr><td colspan="3">Ploča, tip opterećenja 2</td></tr> <tr><td colspan="3">Granični uvjeti</td></tr> <tr><td rowspan="2">k =</td><td>SSSS</td><td>CSCS</td></tr> <tr><td>11,7</td><td>24,51</td></tr> </table>					Ploča, tip opterećenja 2			Granični uvjeti			k =	SSSS	CSCS	11,7	24,51	<table border="1"> <tr><td colspan="3">Ploča, tip opterećenja 2</td></tr> <tr><td colspan="3">Granični uvjeti</td></tr> <tr><td rowspan="2">k =</td><td>SSSS</td><td>CSCS</td></tr> <tr><td>11,72</td><td>24,6</td></tr> </table>					Ploča, tip opterećenja 2			Granični uvjeti			k =	SSSS	CSCS	11,72	24,6																																																
Ploča, tip opterećenja 2																																																																															
Granični uvjeti																																																																															
k =	SSSS	CSCS																																																																													
	11,7	24,51																																																																													
Ploča, tip opterećenja 2																																																																															
Granični uvjeti																																																																															
k =	SSSS	CSCS																																																																													
	11,72	24,6																																																																													

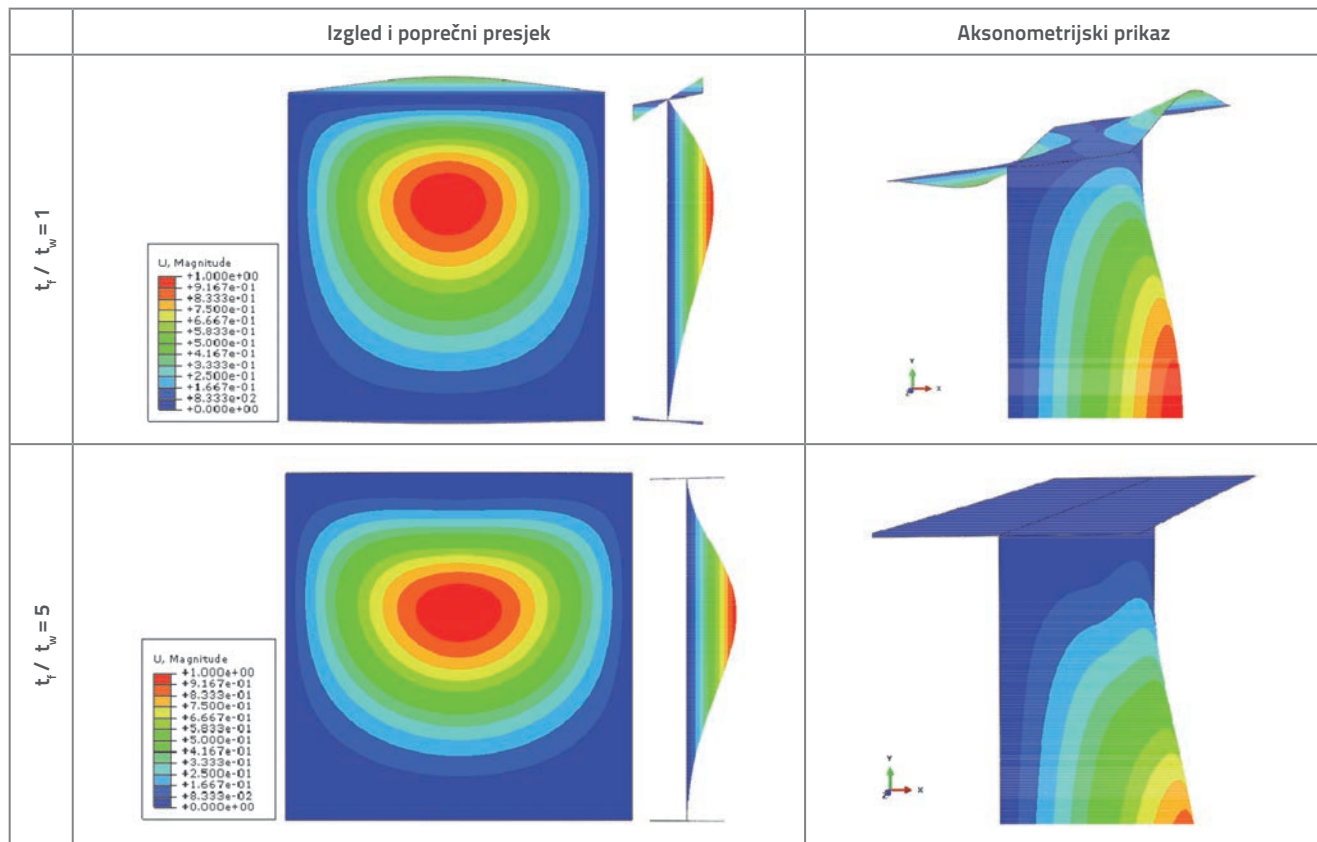
pobliže opisati. Opterećenje σ_{cr} je uravnoteženo jednolikim posmikom u zoni vertikalnih ukrućenja τ . Poprečna ukrućenja su modelirana na način tako da je u svim čvorovima koji se nalaze na poprečnim rubovima hrpta nosača spriječeno pomicanje okomito na ravninu hrpta (S). U svim čvorovima na jednom od uzdužnih rubova gornje i donje pojasnice nosača također je spriječen pomak okomito na ravninu hrpta, čime je kontinuirano onemogućena rotacija poprečnog presjeka nosača kao cjeline; Referentne ravnine pojasnica i hrpta se podudaraju sa srednjom ravninom *shell* elemenata, odnosno mreža konačnih elemenata je identična u svim 3D modelima, koji se međusobno razlikuju jedino u debljinama stijenki elemenata (slika 4.). Svi čvorovi na kontaktu hrbat-pojasnice imaju zajedničke rotacije i pomake u sva tri smjera. S obzirom na način modeliranja opterećenja opisan u poglavlju 2.1 (ekvivalentne koncentrirane sile djeluju u čvorovima konačnih elemenata), učinak rasprostiranja opterećenja kroz opterećenu pojasnicu, koji u smislu povećanja dužine djelovanja opterećenja na izdvojenom hrptu nosača utječe na povećanje kritičnog opterećenja, nije razmatran u ovom istraživanju i bit će predmet budućih istraživanja. Odnosi debljine pojasnica prema debljini hrpta manji od 1 i veći od 5 su nerealni, tako da su analizirani samo s teorijskog aspekta kako bi se uočile odgovarajuće zakonitosti.

U tablicama 3. - 6. prikazan je dio rezultata 3D numeričke analize stabilnosti nosača i usporedba s rezultatima 2D numeričke analize hrpta kao izdvojene ploče (tip opterećenja 2). Analizirano je i stanje naprezanja u nosaču, posebno raspodjela naprezanja na kontaktu hrbat-pojasnice (tablice 7. - 9.). Komponente naprezanja označene su kako slijedi: S12 - posmična naprezanja; S11 - normalna naprezanja u horizontalnom smjeru; S22 - normalna naprezanja u vertikalnom smjeru; Smax i Smin - glavna naprezanja. U "eigenvalue buckling" postupku proračuna, komponente naprezanja računaju se na temelju pomaka čvorova konačnih elemenata nakon gubitka stabilnosti [7]. Tako proračunana naprezanja ne mogu se koristiti u ovoj analizi, pa su na temelju postojećih numeričkih modela formirani novi modeli zamjenom "eigenvalue buckling" postupka proračuna sa "static, linear perturbation" postupkom. Sve ostale karakteristike modela su ostale nepromijenjene. S obzirom na to da je na svim provedenim numeričkim analizama aplicirano raspodijeljeno opterećenje proizvoljnog intenziteta, koje ne predstavlja kritično opterećenje, slijedi da su dijagrami komponenata naprezanja u tablicama 7. - 9., dijagrami s relativnim intenzitetima naprezanja, pa je zbog toga analiziran samo njihov oblik, ne i intenzitet.

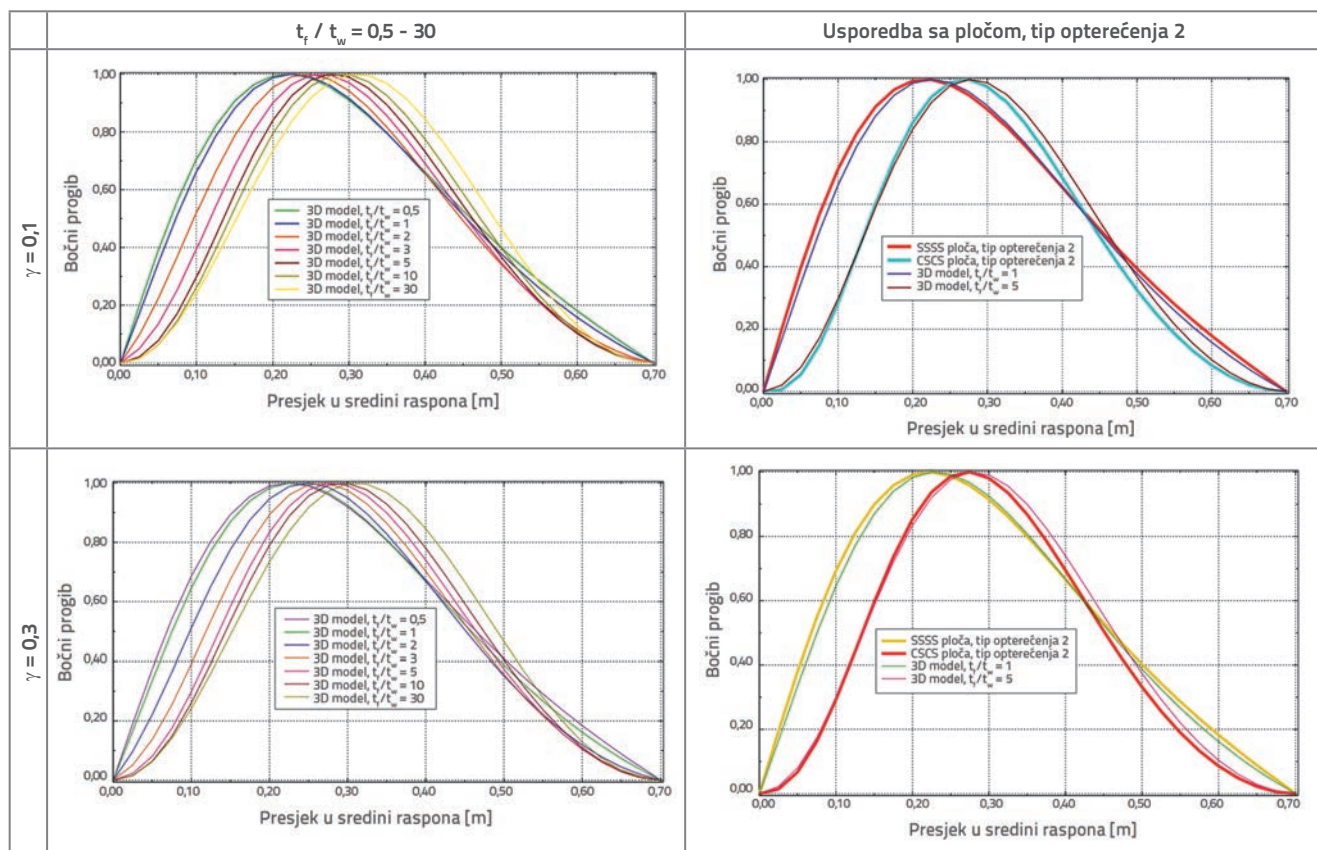
Tablica 4. Grafički prikaz rezultata numeričke analize



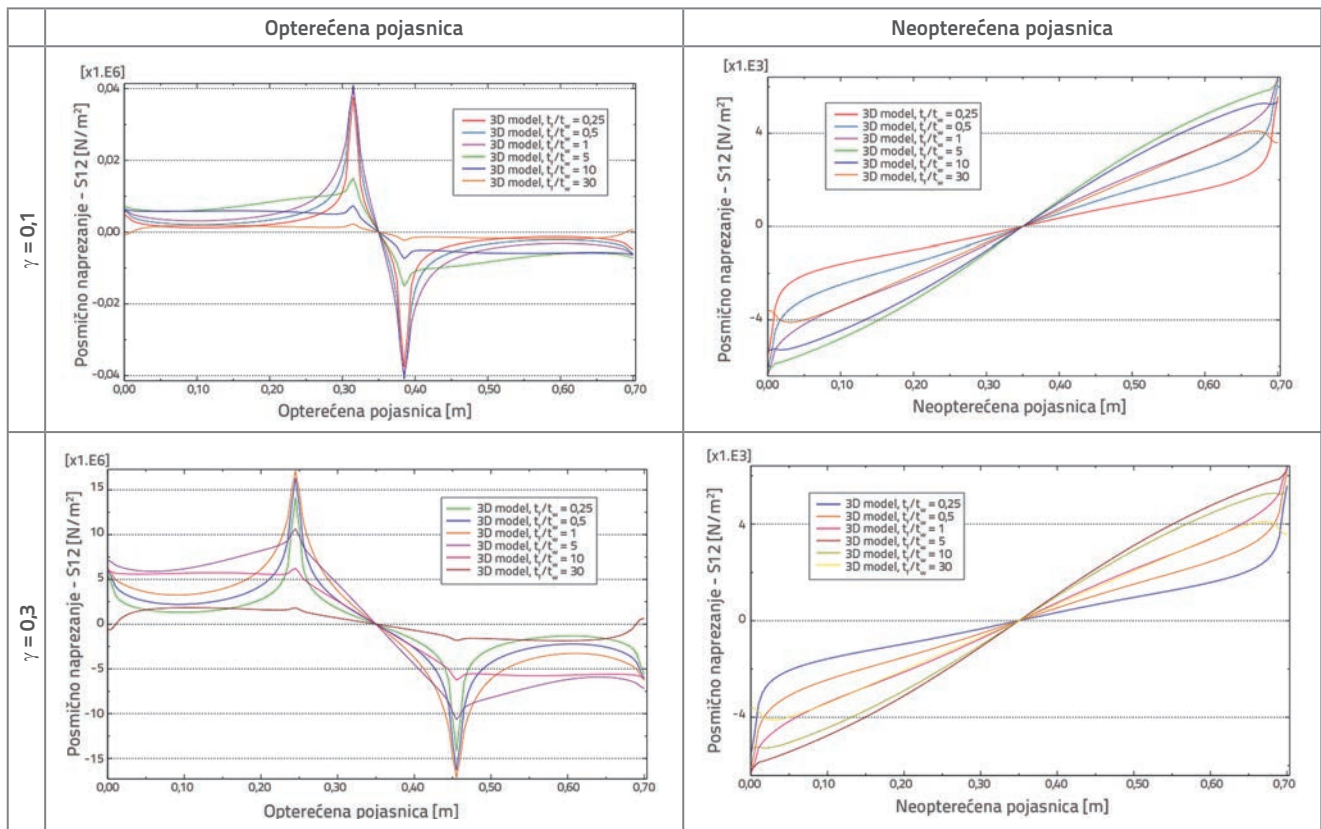
Tablica 5. Prvi oblici izvijanja 3D modela, $t_w = 10 \text{ mm}$, $\gamma = 0,1$



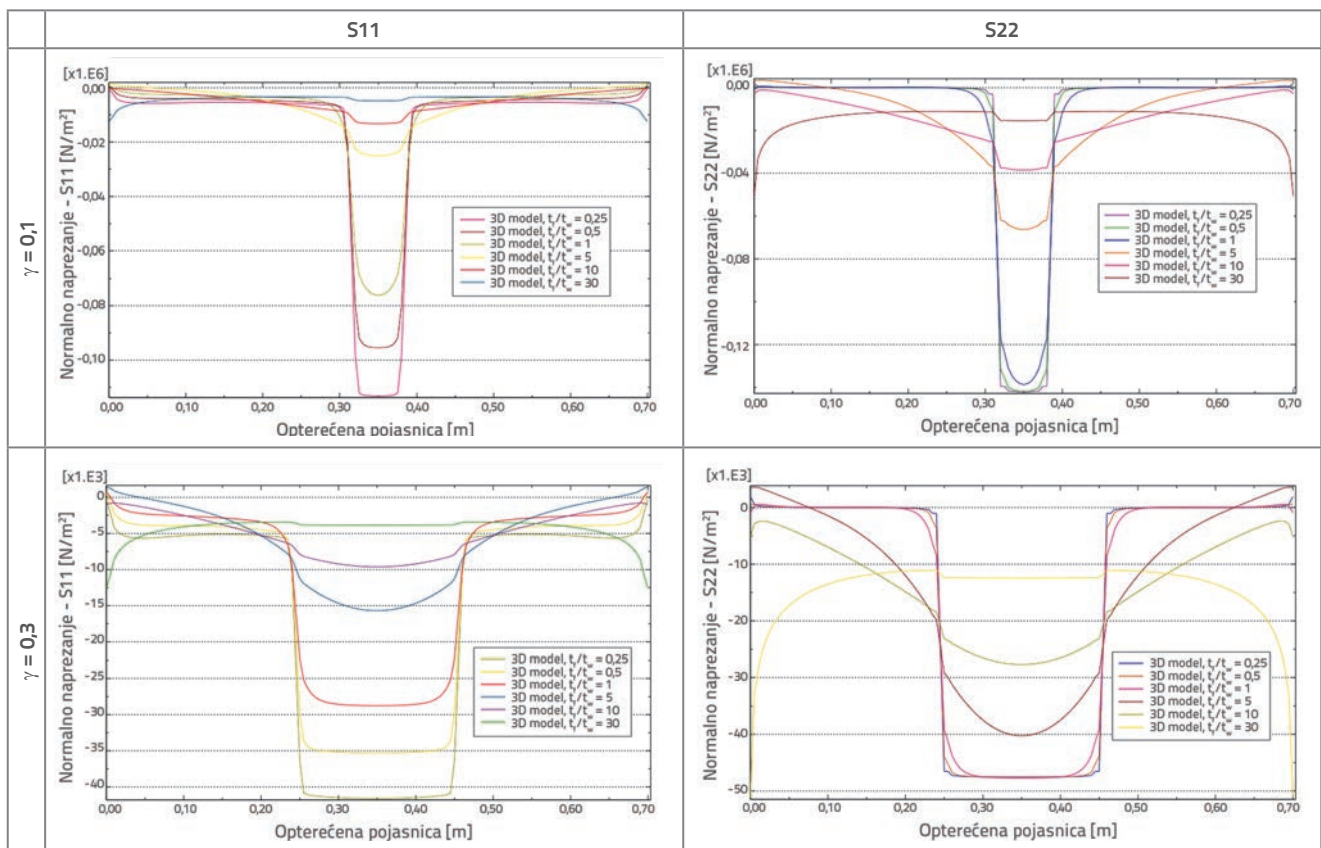
Tablica 6. Oblici izvijanja hrpta debljine 10 mm – presjek u sredini raspona



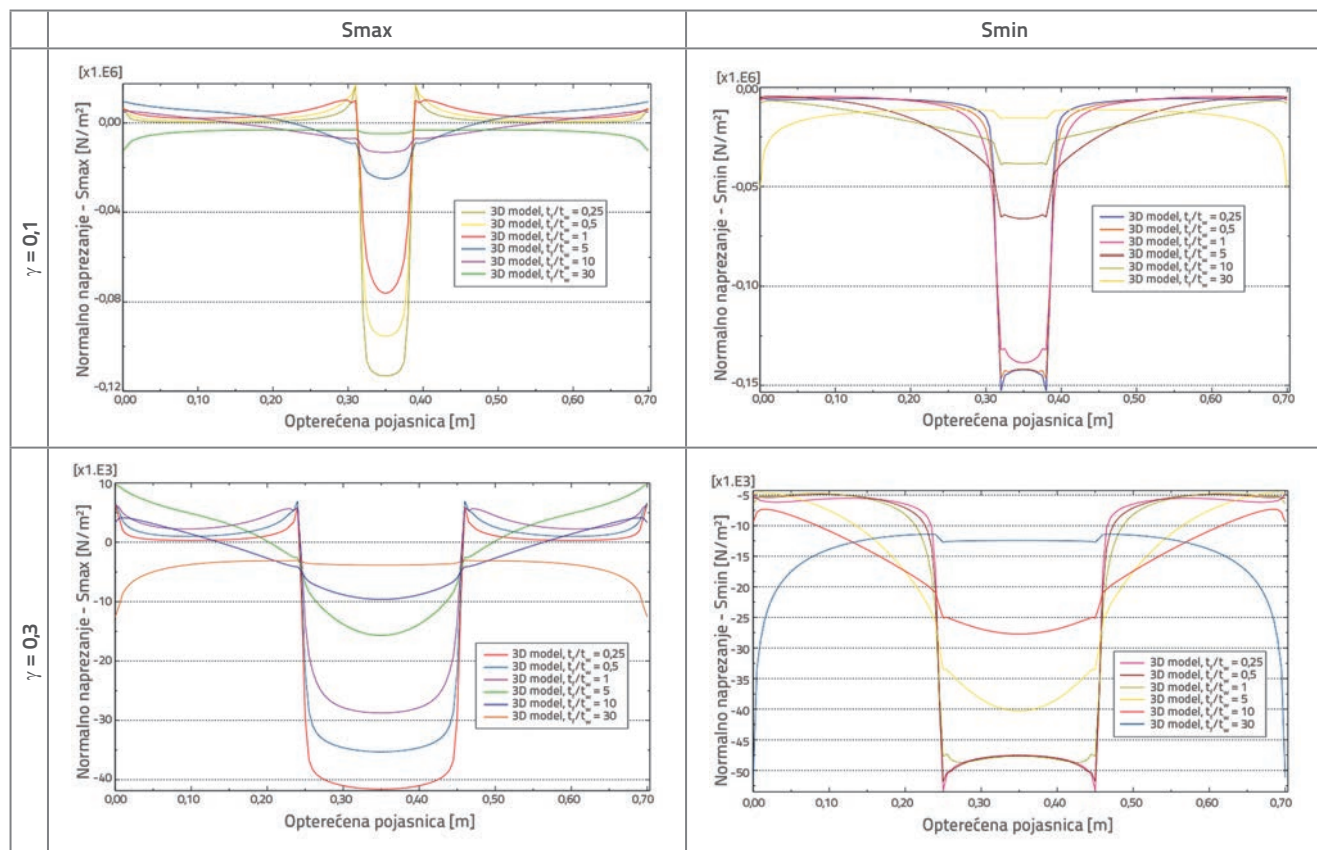
Tablica 7. Posmična naprezanja (S12) na kontaktu hrbat ($t_w = 10$ mm)



Tablica 8. Normalna naprezanja na kontaktu hrbat ($t_w = 10$ mm), opterećena pojasnica



Tablica 9. Glavna naprezanja na kontaktu hrbat ($t_w = 10$ mm), opterećena pojasnica



2.3.1. Analiza rezultata i diskusija

Na osnovi rezultata numeričke analize (tablice 3. i 4.) može se zaključiti da su vrijednosti koeficijenta izvijanja približno jednake u slučaju različitih debljina hrptova (10 mm i 5 mm) za nosače čiji je odnos debljine pojasnice prema debljini hrpta do 4. Za nosače sa $t_r / t_w > 4$ stupanj razmimoilaženja rezultata je značajan s nedefiniranim trendom povećanja k za hrptove debljine 10 mm u odnosu na hrptove debljine 5 mm. Područje variranja odnosa t_r / t_w prošireno je u nerealno područje ($1 > t_r / t_w > 5$) zbog uočenih zakonitosti, ali u slučaju drugih 3D modela koji će biti predmet budućih istraživanja.

Numerička analiza je pokazala da koeficijent izvijanja k izračunan za izdvojenu ploču sa SSSS rubnim uvjetima oslanjanja (tip opterećenja 2) predstavlja donju graničnu vrijednost k u slučaju l-nosača, ali da k za ploču sa CSCS rubnim uvjetima ne predstavlja gornju graničnu vrijednost k u slučaju l-nosača, kako je naznačeno u poglavlju 2.2.1. Naime, za odnose $t_r / t_w > 3$ numeričke vrijednosti koeficijenta k značajno premašuju vrijednost k za ploču s parom slobodnih i uklještenih rubova. Time je teorijski dokazano da uz učinak elastičnog uklještenja i drugi faktori, koji su posljedica uvođenja pojasnica u analizu, utječu na intenzitet koeficijenta izbočivanja. Posmik na kontaktu hrbat-pojasnice, torzijska krutost, krutost na savijanje i uzdužna krutost opterećene pojasnice, kao i rasprostiranje opterećenja kroz opterećenu

pojasnicu neki su od pratećih utjecaja prisutnosti pojasnica u analizi stabilnosti hrpta tankostijenog l-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem. Na temelju provedene numeričke analize ne može se definirati pojedinačni utjecaj spomenutih učinaka na razinu kritičnog opterećenja, ali se mogu donijeti odgovarajući zaključci koji slijede.

U tablicama 5. i 6. prikazano je na koji se način "trbuh" izvijenog hrpta spušta naniže (prema neopterećenoj pojasnici) s povećanjem odnosa t_r / t_w odnosno s povećanjem stupnja uklještenja na kontaktu hrbat-pojasnice. Time je slikovito prikazan utjecaj elastičnog uklještenja na kontaktu hrbat-pojasnice na intenzitet koeficijenta izbočivanja.

Utjecaj torzijske krutosti opterećene pojasnice na intenzitet kritičnog opterećenja može se vidjeti na aksonometrijskom prikazu prvog oblika izvijanja nosača (tablica 5.). U slučaju tanjih pojasnica dolazi do uvijanja opterećene pojasnice za razliku od torzijsko krutih debljih pojasnica.

Na temelju dijagrama normalnih naprezanja u vertikalnom smjeru (S22) (tablica 8.) može se vidjeti utjecaj krutosti na savijanje opterećene pojasnice na intenzitet kritičnog opterećenja. S povećanjem debljine pojasnice povećava se djelotvorna širina hrpta, dolazi do rasterećenja hrpta, odnosno povećanja kritičnog opterećenja - koeficijenta izvijanja.

Utjecaj aksijalne krutosti opterećene pojasnice na intenzitet kritičnog opterećenja može se vidjeti u dijagramima posmičnih naprezanja na kontaktu hrbat-opterećena

pojasnica (tablica 7.). U slučaju tanjih pojasnica, raspodjela posmičnih naprezanja ima nepravilan oblik s izraženim pikovima u zoni krajeva raspodijeljenog opterećenja čime je aksijalno djelotvorna uska zona pojasnice, a samim tim i manji je utjecaj aksijalne krutosti pojasnice na intenzitet kritičnog opterećenja. U slučaju debljih pojasnica, raspodjela posmičnih naprezanja ima oblik dijagrama poprečnih sila grednog nosača pa je aksijalno djelotvorna cijela pojasnica, a time je i utjecaj aksijalne krutosti pojasnice na intenzitet kritičnog opterećenja veći.

Na temelju analize oblika dijagrama posmičnih naprezanja na kontaktu hrbat-opterećena pojasnica u funkciji debljine pojasnice (tablica 7.), koja je prikazana u prethodnom stavu, može se zaključiti da pri analizi stabilnosti hrpta kao izdvojene ploče, u slučaju tanjih pojasnica, analizirani posmik treba modelirati parom koncentriranih posmičnih sila u zoni krajeva raspodijeljenog opterećenja, dok u slučaju debljih pojasnica, raspodjela posmičnih naprezanja ima oblik dijagrama poprečnih sila prema klasičnoj teoriji grednog nosača.

Dijagrami posmičnih naprezanja na kontaktu hrbat-neopterećena pojasnica (tablica 7.), u slučaju analizirane geometrije nosača ($\phi = a / b = 1$), imaju konstantnu linearnu raspodjelu duž navedenog kontakta bez obzira na debljinu pojasnice.

U zoni hrpta neposredno ispod koncentriranog opterećenja, u slučaju nosača s tanjim pojasnicama, javlja se očekivana koncentracija normalnih tlačnih naprezanja u vertikalnom smjeru (S22). Uočena je i nešto niža koncentracija normalnih tlačnih naprezanja u horizontalnom smjeru (S11), koja je posljedica lokalnog deformiranja nosača u zoni nanošenja opterećenja. S povećanjem debljine (krutosti) pojasnice smanjuje se koncentracija naprezanja, odnosno veća širina rebra postaje djelotvorna (tablica 8.).

Na kontaktu hrbat-opterećena pojasnica, u slučaju tanjih pojasnica, javljaju se glavna vlačna naprezanja u zonama krajeva opterećenja koja se pružaju prema rubovima nosača (tablica 9.).

Pojava normalnih vlačnih naprezanja u zoni hrpta neposredno ispod opterećenja je zabilježena i u eksperimentalnom istraživanju koje je provedeno na Građevinskom fakultetu u Podgorici [11, 12], a posljedica je koncentracije posmičnih naprezanja, koji su prethodno analizirani. U slučaju debljih pojasnica, glavna vlačna naprezanja se javljaju neposredno uz rubove nosača na kontaktu hrbat-opterećena pojasnica (tablica 9.).

Na kraju, kao i kod izdvojene ploče, zabilježeno je povećanje intenziteta kritične sile u slučaju opterećenja raspodijeljenog po dužini $l = 210$ mm ($\gamma = 0,3$) u odnosu na slučaj $l = 70$ mm ($\gamma = 0,1$). Stupanj povećanja se konstantno smanjuje s povećanjem odnosa t_f / t_w , tako da za $t_f / t_w = 0,25$ stupanj povećanja iznosi 8,19 % za $t_w = 10$ mm (7,78 % za $t_w = 5$ mm), a za $t_f / t_w = 30$ stupanj povećanja iznosi 0,34 % za $t_w = 10$ mm (0,68 % za $t_w = 5$ mm).

3. Zaključak

Provedenom numeričkom analizom potvrđen je značajan utjecaj pojasnica i stvarne raspodjele posmičnih naprezanja u zoni vertikalnih ukrućenja na intenzitet koeficijenta izvijanja tankostijenog I-nosača opterećenog koncentriranim opterećenjem. Utjecaj pojasnica je izražen kroz niz učinaka od kojih su najznačajniji: elastično uklještenje i posmik na kontaktu opterećena/neopterećena pojasnica-hrbat, torzijska krutost, krutost na savijanje i uzdužna krutost opterećene pojasnice, kao i rasprostiranje opterećenja kroz opterećenu pojasnicu. Taj zadnje spomenuti učinak nije analiziran u ovom istraživanju na temelju koga se ne mogu razdvojiti pojedinačni utjecaji navedenih učinaka na razinu kritičnog opterećenja, ali se može zaključiti da su učinci elastično uklještenje i posmik na kontaktu hrbat-pojasnice dominantni.

Buduća istraživanja treba usmjeriti na formiranje 2D modela, uzimajući u obzir posmik na kontaktu hrbat-pojasnice u funkciji debljine pojasnice, čime bi se omogućilo definiranje pojedinačnog utjecaja analiziranog posmika na razine kritičnog opterećenja.

LITERATURA

- [1] EN1993-1-5. Eurocode 3. Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements, CEN, 2006.
- [2] Mijušković, O.: Analiza stabilnosti pravougaonih ploča korišćenjem tačne funkcije napona, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd, 2008.
- [3] Lagerqvist, O., Johansson, B.: Resistance of I-girders to Concentrated Loads, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 39, No. 2, pp. 87-119, 1996.
- [4] Ren, T., Tong, G.S.: Elastic buckling of web plates in I-girders under patch and wheel loading, Engineering Structures, Vol. 27, pp. 1528-1536, 2005.
- [5] Maiorena, E., Pellegrino, C., Modena, C.: Linear buckling analysis of unstiffened plates subjected to both patch and bending moment, Engineering Structures, Vol. 30, pp. 3731-3728, 2008.
- [6] Mezghanni, O., Averseng, J., Bouchair, A., Smaoui, H.: Behavior of beam web panel under opposite patch loading, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 83, pp. 51-61, 2013.
- [7] ABAQUS 6.11 Version, Manuals, USA: Abaqus Inc. 2005.
- [8] Mijušković, O., Ćorić, B.: Patch loading – analytical approach to critical load determination, Građevinar 65 (2013) 1, pp. 1-10.
- [9] Liu, Y.G.: Buckling of Plates under Non-Uniform Stresses, with Particular Emphasis on Shear, PhD Thesis, Imperial College, London, 2006.
- [10] Timošenko, S.: Teorija elastične stabilnosti, "Naučna knjiga", Beograd, 1952.
- [11] Aleksić, S., Rogač, M., Lučić, D.: Analysis of locally loaded steel plate girders-Model for patch load resistance, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 89, pp. 153-164, 2013.
- [12] Aleksić, S., Lučić, D., Šćepanović, B.: Eksperimental research Centro 2009, Materijali i konstrukcije 52 (2009) No. 3-4, pp. 47-61.