

Primljen / Received: 1.12.2013.

Ispravljen / Corrected: 3.9.2014.

Prihvaćen / Accepted: 5.10.2014.

Dostupno online / Available online: 10.12.2014.

# Numeričko modeliranje toplinskog odgovora u ovojnicama zgrada

## Autori:



<sup>1</sup>Doc.dr.sc. **Mustapha Maliki**  
mus27000@yahoo.fr



<sup>1</sup>Izv.prof.dr.sc. **Nadia Laredj**  
nad27000@yahoo.fr



<sup>2,3</sup>Prof.dr.sc. **Hassan Naji**  
hassane.naji@univ-artois.fr



<sup>1</sup>Prof.dr.sc. **Karim Bendani**  
bendanik@yahoo.fr



<sup>1</sup>Prof.dr.sc. **Hanifi Missoum**  
hanifimissoum@yahoo.fr

<sup>1</sup>University Abdelhamid Ibn Badis of  
Mostaganem, Alžir  
Faculty of Science and Technology

<sup>2</sup>Lille University, Francuska  
Civil Engineering & Geo-Environment  
Laboratory

<sup>3</sup>Artois University, Francuska  
Faculty of Applied Sciences

Prethodno priopćenje

**Mustapha Maliki, Nadia Laredj, Hassan Naji, Karim Bendani, Hanifi Missoum**

## Numeričko modeliranje toplinskog odgovora u ovojnicama zgrada

Ovaj rad proučava numeričko modeliranje topline i prijenosa mase kroz višeslojne zidove. Nelinearne parcijalne diferencijalne jednačbe razvijene su na temelju fizikalnih načela mase i očuvanja energije, a u obzir su uzeti i pripadajući potencijali. Mjerljiva fizikalna svojstva koja su dio modeliranja ovise o temperaturi i kapilarnom tlaku koji se smatraju potencijalima. Matematički model koji rješava prijenos topline i tvari kroz višeslojne porozne medije razvijen je i potvrđen putem referentne vježbe u HAMSTAD programu. Dobiveni rezultati uspoređeni su s referentnim vrijednostima.

### Ključne riječi:

kombinirani prijenos, toplina, vlaga, višeslojni zid, porozni medij, simulacija zgrade

Preliminary note

**Mustapha Maliki, Nadia Laredj, Hassan Naji, Karim Bendani, Hanifi Missoum**

## Numerical modelling of hygrothermal response in building envelopes

The present paper deals with numerical modelling of heat and mass transfer through multilayer walls. Based on physical principles of mass and energy conservation, nonlinear partial differential equations are developed, where driving potentials are considered. Measurable physical properties involved in the present modelling are dependent on the temperature and capillary pressure, which are considered as driving potentials. A mathematical model that solves the coupled heat and mass transfer through multilayered porous media is developed and validated via a benchmark exercise issued from the HAMSTAD program. The obtained results compare well with benchmark results.

### Key words:

Coupled transfer, heat, moisture, multilayer wall, porous media, building simulation

Vorherige Mitteilung

**Mustapha Maliki, Nadia Laredj, Hassan Naji, Karim Bendani, Hanifi Missoum**

## Numerische Modellierung des hygrothermischen Verhaltens von Gebäudehüllen

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der numerischen Modellierung von Wärme- und Stoffübertragung in mehrschichtigen Wänden. Auf physikalischen Prinzipien der Massen- und Energieerhaltung beruhend, sind nichtlineare partielle Differenzialgleichungen entwickelt, bei denen treibende Potenziale berücksichtigt sind. Bei der Modellierung einbezogene messbare physikalische Eigenschaften hängen von der Temperatur und dem Kapillardruck ab, die als treibende Potenziale angenommen werden. Ein mathematisches Modell, das die gekoppelte Wärme- und Stoffübertragung in mehrschichtigen porösen Medien beschreibt, ist entwickelt und durch eine Benchmark-Übung im Programm HAMSTAD validiert worden. Die erhaltenen Resultate stimmen gut mit den Referenzwerten überein.

### Schlüsselwörter:

gekoppelte Übertragung, Wärme, Feuchte, mehrschichtige Wand, poröse Medien, Gebäudesimulation

## 1. Uvod

Protekla dva desetljeća, u kontekstu energetske učinkovitosti i održivosti, u izgradnji takozvanih vrlo niskoenergetskih zgrada sve više se koriste višeslojne komponente i inovativna tehnička rješenja. Nekoliko studija je prikazalo prednosti korištenja održivih materijala u kontekstu očuvanja energije. Kod navedenih materijala toplinski i higroskopski prijenos mora biti uzet u obzir kako bi se moglo precizno predvidjeti ponašanje pri prijenosu topline i vlage kao i osigurati cjelokupna udobnost zgrade. U najnovijim izolacijskim tehnologijama toplinski su izolacijski sustavi napravljeni od više različitih slojeva materijala. Za ovojnice, prijenos topline, vlage i ulazak zraka tipičan je kombinirani prijenosni proces [1]. Upravo je taj prijenos topline, vlage i zraka kroz porozni medij posebno zanimljiv u mnogim inženjerskim područjima kao što su zagađenje zraka, sušenje u poroznim tvarima i klima, sušenje drva i papira, mehanika tla, toplinska izolacija zgrada itd. (više o tome u [2-5]). Zrakopropusnost građevinskih elemenata ima iznimnu važnost u građevinskom području. U različitim uvjetima zrakopropusnost vanjske ovojnice zgrade važan je čimbenik koji može znatno utjecati na higrotermalno ponašanje zgrada. Učinci vlage pri velikoj zrakopropusnosti još su važniji jer strujanje zraka može pridonijeti ulasku velike količine vodene pare u građevinske elemente i kasnije uzrokovati vrlo visoku stopu kondenzacije. To čak može dovesti do ozbiljnih oštećenja u takvim propusnim građevinskim dijelovima. Osim toga, akumulacija vlage u materijalima vanjske ovojnice zgrada može dovesti do smanjenja učinka toplinske izolacije, propadanja organskih materijala i oštećenja konstrukcije.

Zbog toga je u građevinskom smislu, potrebno osmisliti detaljnije modele povezanog proračuna topline, zraka i vlage, da se poveća točnost proračuna prijenosa topline i vlage između vanjskog i unutarnjeg prostora, za bolje predviđanje toplinskih opterećenja, toplinsku udobnost unutarnjeg prostora, indeksa kakvoće zraka i rizika od pojave plijesni. Valja napomenuti da gradijenti temperature i tlak vodene pare mogu generirati polja temperature i vlage unutar ovojnice zgrade. Osim toga, toplinska svojstva i ona koja se odnose na razinu vlage trebalo bi razmatrati u proračunu. Ta kombinacija čini prijenos topline i vlage kroz zgradu nestacionarnim i relativno složenim problemom.

Unatoč opisanoj složenosti, moguće je numerički simulirati dinamičke procese sušenja i vlaženja dijelova vanjske ovojnice zgrade. U tom smislu, higrotermalni modeli su korišteni za procjenu ponašanja zidova izloženih vremenskim utjecajima na različitim zemljopisnim lokacijama [6-8]. Da bi opisao higrotermalni prijenos u kapilarnom poroznom mediju, Luikov [8] se bazirao na analogiju prijenosa topline i vlage kako bi razvio i oblikovao model koji koristi temperaturu i vlagu kao pokretački mehanizam prijenosa. Pretpostavio je da je kapilarni prijenos proporcionalan gradijentu vlage i temperature pa je, analogno specifičnom toplinskom kapacitetu, uveo i specifični kapacitet mase koji je definiran kao derivacija količine vode u odnosu na potencijal mase. Taj je model primjenjiv za higroskopske i

nehigroskopske materijale, a koristilo ga je nekoliko istraživača [9-11]. Među njima ističu se Pedersen [12], koji je koristio kapilarni usisni tlak, Künzel i Kiessel [13], koji su razmatrali utjecaj relativne vlažnosti te Mendes i Philippi [6] koji su pokazali kako se gradijenti vlažnosti mogu koristiti kao pokretačka sila u proračunu prijenosa topline i vlage kroz sučeljak između dva porozna materijala s različitim funkcijama distribucije veličine pora. Ovaj pristup proračunu čini se točnijim jer je u obzir uzet i diskontinuitet na sučelju dva porozna materijala. S obzirom na prijenos topline kroz vanjsku ovojnicu zgrade, postoje neki aspekti koji bi se trebali riješiti složenim izračunom. Tu prije svega mislimo na višedimenzionalnost problema, nestacionarno ponašanje i uvjete vlažnosti.

Naš glavni cilj bio je razviti dvodimenzionalni model za simulaciju prijenosa topline, zraka i vlage u vanjskoj ovojnici zgrade. Taj model pripada klasi modela koji su napravljeni da bi se riješio kombinirani prijenos kao prije spomenuti. Takvi se modeli koriste kako u komercijalnim kodovima tako i u matičnim kodovima kako bi se riješili problemi vezani uz građevinsku fiziku [14-21]. Napomenimo kako su ti modeli fleksibilniji za buduća proširenja (primjerice za 2D i/ili 3D simulacije) zbog toga što se mogu dodati nove postavke, a lako se integriraju u druge postojeće modele. Prednost postojanja modela za kombinirani prijenos topline, zraka i vlage (eng. *heat, air and moisture* - HAM) kao higrotermalnog modela čitave zgrade jest ta što postoji mogućnost određivanja potencijalnog prodiranja vlage iz okoliša u unutrašnjost zgrade. Zapravo, pokazalo se da izvori vlage u građevinskim dijelovima zgrade, one iz mokrog tla preko podrumskih zidova i podova na tlu, mogu biti značajniji od svih unutarnjih izvora vlage. To je razlog zašto se prilikom izračuna unutarnje razine vlažnosti sve češće uzima u obzir vlaga koja prodire iz građevinskih dijelova u kontaktu s tlom. Uporaba nestacionarnih HAM modela prilikom provođenja cjelovite analize zgrade pridonosi boljoj procjeni potrošnje energije prilikom grijanja ili hlađenja zgrade, a to je moguće ako se prilikom proračuna uzima u obzir utjecaj vlažnosti prilikom prijenosa topline kroz vanjsku ovojnicu zgrade. Simulacijski modeli inače zanemaruju utjecaj vlažnosti u toplinskoj analizi [22], te koriste konstantnu funkciju pohrane topline i karakteristike materijala (toplinska provodljivost i specifični toplinski kapacitet), unatoč činjenici da ta svojstva mogu uvelike ovisiti o vlažnosti materijala. Napomenimo još jednom, ovaj rad se bavi numeričkom simulacijom prijenosa topline, zraka i vlage u građevinskim dijelovima zgrade. Numerički model kombiniranog prijenosa topline i vlage, baziran na osnovnim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama, uspoređen je s referentnim slučajem i rezultatima.

## 2. Matematičko modeliranje

Fizikalni modeli koji čine osnovu za razne softverske alate koji se koriste za predviđanje prijenosa topline, zraka i vlage kroz vanjsku ovojnicu zgrade u mnogočemu se razlikuju. Ovo poglavlje bavi se modelom za prijenos topline i vlage kroz građevinske

materijale. Model se temelji na temperaturi i kapilarnom tlaku koji se promatraju kao neovisne varijable. Važno je napomenuti da se u kombiniranom prijenosu, vlaga u građevinskim materijalima pojavljuje u dva različita agregatna stanja: tekućina i vodena para. Vodena para se dijeli na difuzijski i konvekcijski dio. Difuzija vodene pare događa se zbog gradijenta parcijalnog tlaka vodene pare, a pripadna provodljivost predstavlja propusnost vodene pare. S druge strane, vodena para se također dodatno kreće i pod utjecajem strujanja zraka [22]. Modeliranje prijenosa vlage u obliku vodene pare s gradijentom kapilarnog tlaka kao pokretačkim mehanizmom, i propusnosti tekućine kao provodljivosti vlage, smatra se najprikladnijim pristupom u ovoj vrsti modeliranja [23]. U tekućem stanju, gradijent količine vlage se koristi kao pokretački mehanizam u nekim higroskopskim alatima, dok se difuzivnost vlage koristi kod provodljivosti vlage. Pripadajuće jednadžbe kombiniranog prijenosa u građevinskim materijalima formulirane su prema načelu očuvanja kombiniranog prijenosa topline i vlage kroz reprezentativni elementarni volumen (REV) koji je definiran kao dovoljno velik kad se usporedi s veličinom pora, ali opet dovoljno malen kad se usporedi s veličinom uzorka. Da bi se napravila simulacija prijenosa topline i vlage u višeslojnom zidu, potrebno je definirati različite jednadžbe transportnih mehanizama kao i rubne uvjete. U nastavku, ove jednadžbe su navedene ovisno o vrsti medija kroz koji se prijenos odvija. Jednadžbe zahtijevaju precizno postavljene rubne uvjete kako bi se ovaj problem riješio i ujedno dobilo rješenje kombinacije jednadžbi. Da bi se opisala smjesa vlažnog zraka, dana je pretpostavka idealnog plina za suhi zrak i za vodenu paru.

## 2.1. Prijenos vlage

Treba napomenuti da je prijenos vlage kroz višeslojne zidove, čak i u jednodimenzionalnom procesu kompleksan fenomen koji uključuje kombinirani prijenos tekućine, pare i topline. Prema Qinru i dr. [15], i nakon nekih predviđanja i nagađanja, glavne jednadžbe za prijenos vlage kroz medij mogu se izraziti ovako:

$$\partial w / \partial t = \nabla \cdot (\delta_p \nabla p_v - K_l \nabla p_c) - v \cdot \nabla \rho_v + F_{mo} \quad (1)$$

gdje je:

- $w$  - količina vlage [kg/m<sup>3</sup>],
- $t$  - vrijeme [s],
- $\delta_p$  - paropropusnost [s],
- $p_v$  - parcijalni tlak vodene pare [Pa],
- $K_l$  - vodopropusnost [s],
- $p_c$  - kapilarni tlak [Pa],
- $v$  - brzina zraka [m/s],
- $\rho_v$  - gustoća vodene pare [kg/m<sup>3</sup>],
- $F_{mo}$  - opisuje izvor vlage, a odnosi se na količinu vlage [kg/m<sup>3</sup>s].

## 2.2. Prijenos topline

Možemo pretpostaviti da su glavni mehanizmi koji reguliraju prijenos topline zapravo toplinska provodljivost i konvekcija

zbog kretanja zraka i latentne topline. To se događa zbog niskih gradijenata temperature. Na taj način jednadžba očuvanja energije može biti napisana u smislu pokretačkog mehanizma kako slijedi [24]:

$$(c_{p,m} \rho_m + c_{p,l} w) \partial T / \partial t = \nabla \cdot (\lambda \nabla T + L_v \delta_p \nabla p_v) - v \cdot (L_v \nabla \rho_v + \rho_a c_{p,a} \nabla T) + F_h \quad (2)$$

gdje je  $c_{p,m}$  [J/kg·K] specifični toplinski kapacitet materijala u suhom stanju,  $\rho_m$  [kg/m<sup>3</sup>] je gustoća materijala u suhom stanju,  $c_{p,l}$  [J/kg·K] je specifični toplinski kapacitet tekuće vode,  $w$  je količina vlage [kg/m<sup>3</sup>],  $T$  [K] temperatura,  $\lambda$  [W/mK] je toplinska provodljivost,  $L_v$  [J/kg] je entalpija isparavanja,  $\rho_a$  [kg/m<sup>3</sup>] je gustoća suhog zraka,  $c_{p,a}$  [J/kg·K] je specifični toplinski kapacitet suhog zraka i  $F_h$  opisuje izvor topline koji se odnosi na temperaturu [W/m<sup>3</sup>].

## 2.3. Jednadžbe očuvanja i modeliranje

Kao što je navedeno na početku, jednadžbe (1) i (2) imaju jednu varijablu - kapilarni tlak ( $p_c$ ). Nadalje, odnos parcijalnog tlaka vodene pare i relativne vlažnosti zraka može se izraziti kao [15]:

$$p_v = \phi p_{sat} \quad (3)$$

gdje je  $\phi$  relativna vlažnost zraka, i  $p_{sat}$  [Pa] je tlak zasićenja vodenom parom. Relativna vlažnost često se gleda kao potencijal protoka jer je neprekidna na sučelju dvaju slojeva materijala koji imaju različita svojstva akumulacije vlage (sorpciju i zadržavanje vlage). Relativna vlažnost zraka često se promatra i kao pokretački mehanizam toka, budući da je stalno prisutna na sučelju slojeva materijala koji imaju različita svojstva akumulacije vlage. Taj potencijal je povezan s kapilarnim tlakom preko Kelvinove jednadžbe:

$$\phi = \exp - p_c / (\rho_l R_v T) \quad (4)$$

gdje je  $\rho_l$  [kg/m<sup>3</sup>] gustoća vode i  $R_v$  [J/kg·K] je plinska konstanta za vodenu paru. Iz ovoga proizlazi da se jednadžbe očuvanja kod kombiniranog prijenosa topline i vlage mogu prikazati koeficijentima te uzimajući u obzir temperaturu kao nezavisnu varijablu za prijenos topline i kapilarni tlak kao nezavisnu varijablu za prijenos vlage. Koristeći ove uvjete, jednadžbe poprimaju sljedeći oblik:

$$C_T (\partial T / \partial t) = \nabla \cdot (C_{11} \nabla T + C_{12} \nabla p_c) + v \cdot (D_{11} \nabla T + D_{12} \nabla p_c) + F_h \quad (5)$$

$$\Omega (\partial p_c / \partial t) = \nabla \cdot (C_{21} \nabla T + C_{22} \nabla p_c) + v \cdot (D_{21} \nabla T + D_{22} \nabla p_c) + F_{mo} \quad (6)$$

gdje je  $C_T$  specifični toplinski kapacitet medija i definira se kao funkcija onog za suhi zrak i specifičnog toplinskog kapaciteta tekuće vode ( $C_T = c_{p,l} + c_{p,m} w$ ), a  $\Omega$  [kg/m<sup>3</sup>Pa] je kapacitet akumulacije vlage, definiran nagibom krivulje zadržavanja vode ( $\Omega = \partial w / \partial p_c$ ). Važno je napomenuti da se jednadžbe (5) i (6) mogu napisati u matricnom obliku:

$$d_a \begin{bmatrix} \partial T / \partial t \\ \partial p_c / \partial t \end{bmatrix} = \nabla \left( C \nabla \begin{bmatrix} T \\ p_c \end{bmatrix} \right) + \beta \cdot \nabla \begin{bmatrix} T \\ p_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_h \\ F_{mo} \end{bmatrix} \quad (7)$$

gdje su matrice prigušivanja ( $d_a$ ), difuzije ( $C$ ) i konvekcije ( $\beta$ ), definirane kao:

$$d_a = \begin{bmatrix} C_T & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + L_v \delta_p \phi p'_{sat} & -L_v \delta_p \phi p'_{sat} / (\rho_l R_v T) \\ -\delta_p \phi p'_{sat} & K_l + \delta_p \phi p'_{sat} / (\rho_l R_v T) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$p'_{sat} = \partial p_{sat} / \partial T$  predstavlja derivaciju tlaka zasićenja vodenom parom. Matrica  $\beta$  može se izraziti u sljedećem obliku:

$$\beta = v \cdot \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = v \cdot \begin{bmatrix} -[\rho_a c_{p,a} + L_v (\partial \rho_v / \partial T)] & -[L_v \phi / (\rho_l R_v T)] (\partial \rho_v / \partial \phi) \\ \partial \rho_v / \partial T & -[\phi / (\rho_l R_v T)] (\partial \rho_v / \partial \phi) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sadašnji model sastoji se od pretvaranja mjerljivih fizikalnih svojstava materijala (preko MatLab-a), kao što su  $K_l$ ,  $\phi$ ,  $\delta_p$  i  $\lambda$  koji ovise o količini vlage  $w$ , u parcijalne diferencijalne jednačbe (PDE)  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $\Omega$  i  $C_T$  koji ovise o  $p_c$  i  $T$  [25].

### 3. Rubni uvjeti

Svaki model i simulacija moraju imati postavljene odgovarajuće rubne uvjete. U simulaciji vanjske ovojnice zgrade rubni i početni uvjeti, pažljivo odabrani i kombinirani, pomažu u postizanju točnosti u proračunu a da vrijeme računanja ne traje dugo. U tom smislu vanjski rubni uvjeti ovojnice zgrade mogu se podijeliti u 3 skupine [8, 26]: zasićenost vlagom, konstantni toplinski tok i protok vlage, te tok topline i vlaga kroz vanjsku površinu zida iz okoliša u unutrašnjost zgrade. Jednačbe (11) i (12) prikazuju vanjske rubne uvjete. Na unutarnjoj površini zida temperatura i tlak su konstantni.

#### 3.1. Vlažnost kao rubni uvjet

Protok vlage kroz površinu vanjske ovojnice,  $g_{n,e}$  može se izraziti preko sljedećeg odnosa:

$$g_{n,e} = \beta_{p,e} (p_{v,e} - p_{surf,e}) + g_{wdr} \quad (11)$$

gdje  $\beta_{p,e}$  [kg/m<sup>2</sup>s · Pa] je koeficijent prijenosa pare na vanjskoj površini,  $p_{v,e}$  [Pa] je tlak vodene pare iz vanjskog zraka,  $p_{surf,e}$  [Pa] je tlak vodene pare na vanjskoj površini  $g_{wdr}$  [kg/m<sup>2</sup>s] je količina vlage od vjetra i kiše. Na unutarnjoj strani zida protok vlage dobije se na sljedeći način:

$$g_{n,i} = \beta_{p,i} (p_{v,i} - p_{surf,i}) \quad (12)$$

gdje je  $\beta_{p,i}$  [kg/m<sup>2</sup>s·Pa] koeficijent prijenosa pare kroz unutrašnje površine,  $p_{v,i}$  [Pa] je tlak vodene pare zraka u zatvorenom prostoru i  $p_{surf,i}$  [Pa] je tlak vodene pare na unutarnjoj površini.

#### 3.2. Toplina kao rubni uvjet

Podsjetimo, kod prijenosa topline kroz vanjsku površinu,  $q_{n,e}$  [W/m<sup>2</sup>] pojavljuju se utjecaji provođenja, strujanja, latentni toplinski tok zbog vodene pare i toplinski tok zbog apsorpiranja vlage od kiše. To se može izraziti kao:

$$q_{n,e} = \alpha_e (T^{eq} - T_{surf,e}) + L_v \beta_{p,e} (p_{v,e} - p_{surf,e}) + g_{wdr} c_{p,i} T^{eq} \quad (13)$$

gdje je  $\alpha_e$  [W/m<sup>2</sup>] vanjski plošni koeficijent prolaska topline,  $T^{eq}$  [K] je ekvivalentna vanjska temperatura koja obuhvaća temperaturu okolnog zraka i vala Sunčevog zračenja i dugog vala, a  $T_{surf,e}$  [K] je temperatura vanjske površine.

Toplinski tok kroz unutarnju površinu ovojnice,  $q_{n,i}$  [W/m<sup>2</sup>] može se izraziti kao:

$$q_{n,i} = \alpha_i (T_i - T_{surf,i}) + L_v \beta_{p,i} (p_{v,i} - p_{surf,i}) \quad (14)$$

gdje je  $\alpha_i$  [W/m<sup>2</sup>] unutarnji plošni koeficijent prijelaza topline,  $T_i$  [K] je temperatura zraka unutrašnjeg prostora,  $T_{surf,i}$  [K] je temperatura unutarnje površine građevinskih dijelova.

Potrebno je ovdje naglasiti da se brzina vjetra u poroznim medijima obično izražava eksperimentalno utvrđenim Darcy-Boussinesqovim zakonom:

$$v = -\frac{k_a}{\mu_a} \nabla p_a \quad (15)$$

gdje  $k_a$  [kg/m·s·Pa] je plinopropusnost materijala,  $\mu_a$  [kg/m·s] je dinamička viskoznost zraka,  $p_a$  [Pa] je tlak suhog zraka.

#### 3.3. Diskretizacija, definiranje mreže konačnih elemenata i konfiguracija zadanih postavki solvera

Za prostornu diskretizaciju, sustav parcijalnih diferencijalnih jednačbi (eng. *partial differential equations* – PDE) preoblikovan je pomoću COSMOL solvera u skup običnih diferencijalnih jednačbi (eng. *ordinary differential equations* - ODE). Metodom konačnih volumena (eng. *finite volume method* - FVM) računalna je domena podijeljena u određeni broj konačnih elemenata, što rezultira diskretnim jednačbama ravnotežnog stanja za sve konačne elemente. Izrazi za protoke su diskretizirani primjenom aproksimacije srednje razlike za difuzijske članove i članove koji predstavljaju vjetar u jednačbi konvekcije. Obična diferencijalna jednačba sustava je dobivena kada se svi prostorni gradijenti zamijene konačnim diferencijalnim aproksimacijama jednačbi prijenosa topline i vlage. U trenutačnoj verziji COSMOL-a, kombinirani sustav prijenosa topline i vlage riješen je primjenom Newton-Raphsonove iteracijske metode koja se implementira u generičkom solveru ODE jednačbi. Implementacija generičkog višekoračnog solvera u COSMOL-u opširno je dokumentirana u [27]. Međutim, budući da je jednačba ravnoteže mase zraka pojednostavljena te se koristi jednačba prijenosa mase

u stacionarnom obliku, njen diskretizirani oblik ne može biti uključen u opći oblik dobivene ODE. Zbog toga se ovaj sustav linearnih jednačbi rješava odvojeno od kombiniranog prijenosa topline i vlage. Ovom implementacijom kvazistacionarnog stanja znači da se polje protoka zraka uzima kao konstantno tijekom integracije jednačbi ravnoteže kombiniranog prijenosa topline i vlage. U definiranim vremenskim intervalima proračunano je novo rješenje ravnoteže stanja polja protoka zraka, a koje se koristi tijekom kontinuirane integracije jednačbi za opis protoka topline i vlage.

Uzimajući u obzir potrebu da se koristi promjenjiva mreža konačnih elemenata koji su manji na sučelju između dva sloja (dva različita materijala) jer se tamo očekuje naglo mijenjanje rješenja jednačbi, zbog toga je upotrijebljena mreža sa 157 čvorova, što je rezultiralo sa 216 trokutastih elemenata.

U COSMOL softveru postavljeni su ovi zadani parametri: UMFPACK-linearni, vremensko ovisni solver, odnosno set rutina za rješavanje nesimetričnih linearnih sustava; te funkcija oblika SHLAG (Lagrangeov element drugog reda), koja je prihvaćena i za temperaturu kao i kapilarni tlak. Promjenjivi vremenski period je odabran zato što dovodi do brze konvergenije rješenja.

## 4. Numerički pristup i validacija modela

### 4.1. Jednodimenzionalno ocjenjivanje prema referentnim vrijednostima

Kao što je navedeno, funkcioniranje opisanog modela jednačbi provjereno je s obzirom na 1D referentnu vrijednost #1, po uzoru na promatrane slučajeve definirane u EU projektu iniciranom kako bi se standardizirale proračunske metode za prijenos topline, zraka i vlage (Europski projekt poznat kao HAMSTAD-WP2) [28, 29].

Definirano je pet slučajeva koji su prikladni za određivanje mogućnosti i provjeru točnosti higrotermalnog modela u jednodimenzionalnoj konfiguraciji. U navedenom projektu, Hagentoft i suradnici [29] razvili su model u kojem su promatrali temperaturu i kapilarni usisni tlak (ili parcijalni tlak vodene pare) kao mehanizam koji će odrediti rješenje za očuvanje energije i prijenosa vlage.

Prvi slučaj, shematski prikazan na slici 1., prikazuje problem unutarnje kondenzacije koja se pojavljuje na kontaktnoj površini između dva materijala. Građevinski dio, od najnižih x-koordinata (vanjska strana) do najviše, sastavljen je kako slijedi: paronepropusna i zrakonepropusna barijera, nosivi sloj debljine 100 mm i 50 mm toplinske izolacije kao što je prikazano na slici 1.

Materijali imaju različita higrotermalna svojstva: nosivi materijal je kapilarno aktivan, dok je izolacija higroskopna, ali kapilarno neaktivna (beskonačni otpor protoka tekućine), a njihova se toplinska provodljivost razlikuje za faktor 50 (u suhom stanju). Građevinski dio je savršeno hermetički zatvoren. Ostali slučajevi i primjeri za validaciju postoje i predstavljeni su u Tariku [30].

#### 4.1.1. Svojstva materijala

Svojstva materijala u smislu količine vlage  $w$  ovdje se iskazuju za nosivi i izolacijski sloj, a neka termofizikalna svojstva materijala prikazana su u tablici 1.

##### Nosivi sloj

krivulja zadržavanja vode:

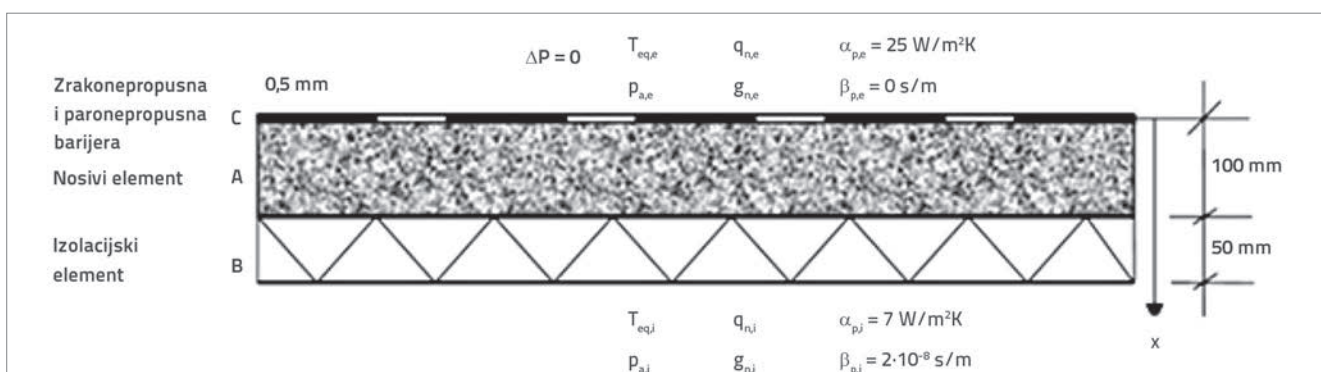
$$w = \frac{146}{\left(1 + (8 \cdot 10^{-8} \cdot p_c)^{1.6}\right)^{0.375}} \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$p_c = 0.125 \cdot 10^8 \left[ \left( \frac{146}{w} \right)^{\frac{1}{0.375}} - 1 \right]^{0.625} \quad [\text{Pa}]$$

sorpcijska izoterma:

$$w = \frac{146}{\left(1 + \left(-8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{RT_{p,w}}{M_w} \ln(\phi)\right)^{1.6}\right)^{0.375}} \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$\phi = \exp \left[ -\frac{M_w}{RT_{p,w}} - 0.125 \cdot 10^8 \left[ \left( \frac{146}{w} \right)^{\frac{1}{0.375}} - 1 \right] \right]$$



Slika 1. Detalji konstrukcije za analizirani slučaj

difuzija vodene pare:

$$\delta_p = \frac{M_w}{RT} \cdot \frac{26.1 \cdot 10^{-6}}{200} \cdot \frac{1 - \frac{w}{146}}{0.503 \cdot \left(1 - \frac{w}{146}\right)^2 + 0.497} \quad [s]$$

vodopropusnost:

$$K = \exp(-39.2619 + 0.0704 \cdot (w - 73) - 1.7420 \cdot 10^{-4} \cdot (w - 73)^2 - 2.7953 \cdot 10^{-6} \cdot (w - 73)^3 - 1.1566 \cdot 10^{-7} \cdot (w - 73)^4 + 2.5969 \cdot 10^{-9} \cdot (w - 73)^5) \quad [s]$$

toplinska provodljivost:

$$\lambda = 1.5 + \frac{15.8}{1000} w \quad [W/mK]$$

toplinski kapacitet suhog materijala:

$$\rho_0 c_0 = 1.824 \cdot 10^6 \quad [J/m^3K]$$

Izolacijski materijal

krivulja zadržavanja vode:

$$w = \frac{900}{\left(1 + \left(2 \cdot 10^{-4} \cdot \rho_c\right)^2\right)^{0.5}} \quad [kg/m^3]$$

$$\rho_c = 0.5 \cdot 10^4 \left(\left(\frac{900}{w}\right)^2 - 1\right)^{0.5} \quad [Pa]$$

sorpcijska izoterma:

$$w = \frac{900}{\left(1 + \left(-2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{RT \rho_w \ln(\phi)}{M_w}\right)^2\right)^{0.5}} \quad [kg/m^3]$$

$$\phi = \exp\left(-\frac{M_w}{RT \rho_w} \cdot 0.5 \cdot 10^4 \left(\left(\frac{900}{w}\right)^2 - 1\right)^{0.5}\right)$$

difuzija vodene pare:

$$\delta_p = \frac{M_w}{RT} \cdot \frac{26.1 \cdot 10^{-6}}{9.6} \cdot \frac{1 - \frac{w}{900}}{0.503 \cdot \left(1 - \frac{w}{900}\right)^2 + 0.497} \quad [s]$$

vodopropusnost:

$$K = 0 \quad [s]$$

toplinska provodljivost:

$$\lambda = 0.033 + \frac{0.59}{1000} w \quad [W/mK]$$

toplinski kapacitet suhog materijala:

$$\rho_0 c_0 = 0.0739 \cdot 10^6 \quad [J/m^3K]$$

Tablica 1. Podaci o korištenim materijalima

Termofizikalna svojstva	Oznaka	Jedinica	Vrijednost
Gustoća vode	$\rho_w$	kg/m <sup>3</sup>	1000
Plinska konstanta za vodenu paru	R	J/molK	8,314
Molarna masa vodene pare	$M_w$	kg/mol	0,018
Entalpija evaporacije	$L_v$	J/kg	2,5 · 10 <sup>6</sup>

#### 4.1.2. Početni uvjeti

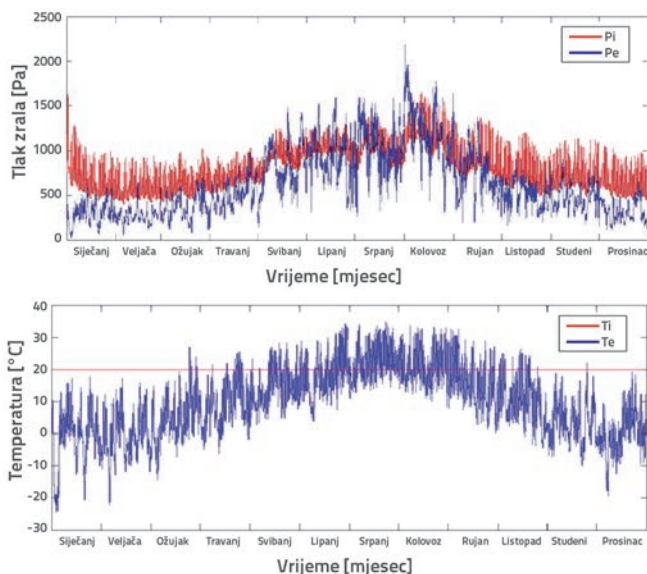
Usvojeni su sljedeći početni uvjeti:

- za nosivi materijal:  $w = 145 \text{ kg/m}^3$ ;  $T = 283 \text{ K}$
- za izolaciju:  $w = 0,065 \text{ kg/m}^3$ ;  $T = 283 \text{ K}$ .

#### 4.1.3. Rubni uvjeti

Primijenjeni rubni uvjeti za promatrani slučaj jesu fiksna temperatura i vlažnost (Dirichletovi rubni uvjeti). Za toplinu i vlagu postoje podaci o satnim vrijednostima za razdoblje duže od jedne godine, a potrebni međupodaci za pojedino specifično vrijeme dobiveni su interpolacijom. Razlika u tlakovima ne se uzima u obzir. Slika 2. prikazuje klimatske uvjete za razdoblje od jedne godine te predstavlja period simulacije. Navedeni se uvjeti sastoje od:

- vanjskih ekvivalentnih temperatura  $T_e$  i unutarnje temperature  $T_i$  postavljene na 20 °C kako bi se osigurala optimalna unutarnja toplinska udobnost,
- vanjske i unutarnje promjene tlaka zraka  $P_e$  i  $P_i$ .



Slika 2. Rubni uvjeti za period simulacije (jedna godina): a) vanjski i unutarnji tlak zraka; b) vanjska i unutarnja temperatura

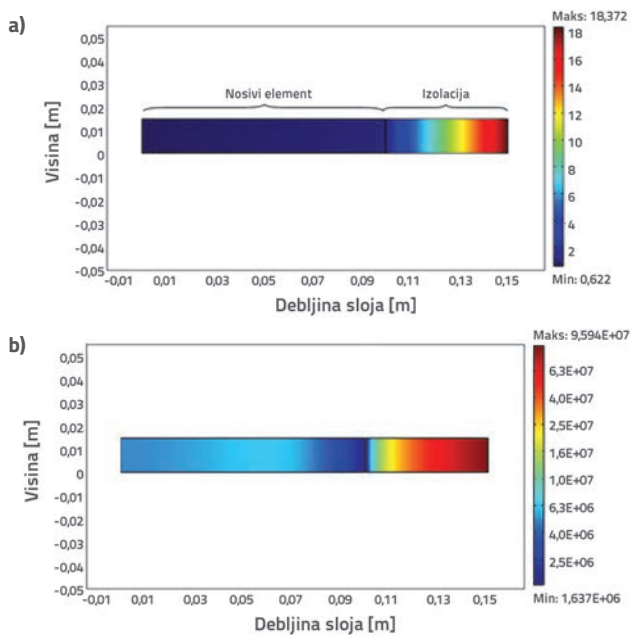
Koeficijenti unutarnjih i vanjskih plošnih prijelaza dani su kako slijedi:

$$\alpha_{e,e} = 25 \text{ [W/m}^2\text{K]}, \alpha_{e,i} = 7 \text{ [W/m}^2\text{K]}$$

$$\beta_{p,e} = 0 \text{ [s/m]}, \beta_{p,i} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ [s/m]}$$

Potrebno je primijetiti kako navedeni koeficijenti omogućuju provjeru modela za prijenos topline i vlage. Numerička simulacija je izvedena pomoću COSMOL softvera (CMS), [31], a dobiveni su sljedeći rezultati:

- kapilarni tlak  $p_c$  u prostoru i vremenu za nosivi sloj A i sloj izolacije B.
- temperatura  $T(x,t)$ .
- ukupna količina vlage (kg) u svakom sloju  $M$
- toplinski tok  $q$  koji prolazi kroz građevinski dio iz unutrašnjosti prema vanjskom prostoru Model simulira, u periodu od više od godine dana, distribuciju kapilarnog tlaka  $p_c$  i temperature  $T$ . Distribucija temperature i kapilarnog tlaka u nosivom elementu i izolaciji prikazana je na slici 3.



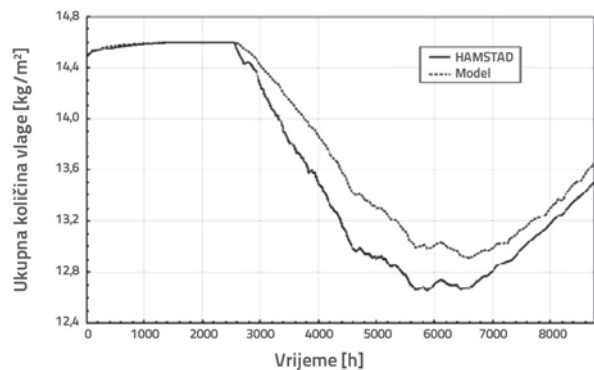
Slika 3. Raspodjela varijabli u zidu nakon 86400 sati: a) temperatura  $T$  [°C]; b) kapilarni tlak  $p_c$  [Pa]

#### 4.1.4. Rezultati i diskusija

##### Prijenos vlage

Koristeći svojstva materijala, ukupna količina vlage može se lako izračunati iz raspodjele kapilarnog tlaka  $p_c$ . Slika 4. prikazuje ukupnu količinu vlage u nosivim slojevima tijekom jedne godine. Zbog niske vrijednosti prosječne vanjske temperature u zimskom periodu (-3° C), i napredovanje fronte vlage u smjeru je nižeg tlaka zraka (slike 2.a i 2.b), odnosno uočava se značajno povećanje količine vlage u takvim uvjetima. S druge strane, suhi

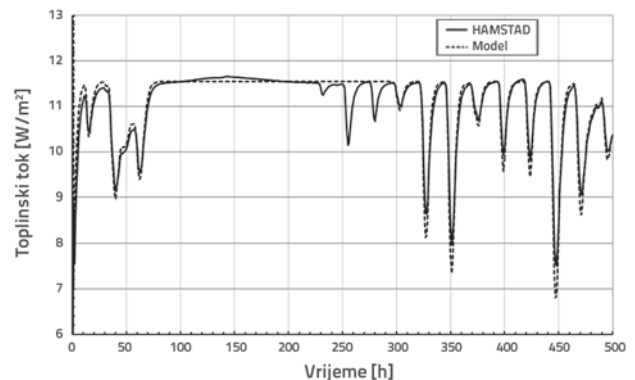
uvjeti koji traju između 2500 i 6500 sati ujedno slabi i učinkom konvekcije uzrokovan brzim sušenjem materijala. Tijekom posljednjeg tromjesečja ove simulacije promatrane su visoke razlike između unutarnjeg i vanjskog tlaka zraka u kombinaciji s padom temperature, a to uzrokuje novo povećanje razine vlage. Usporedbom rezultata promatranog modela i rezultata iz testa definiranog u projektu HAMSTAD, možemo vidjeti da se predviđeni model podudara u promatranom periodu s rezultatima HAMSTAD testa. Razlikuje se tek 1,65 %, što je dovoljno da se izvede zaključak kako se rezultati dostupni u literaturi mogu reproducirati modelom predstavljenima u ovom radu.



Slika 4. Ovisnost količine vlage u nosivom sloju tijekom prve godine

##### Prijenos topline

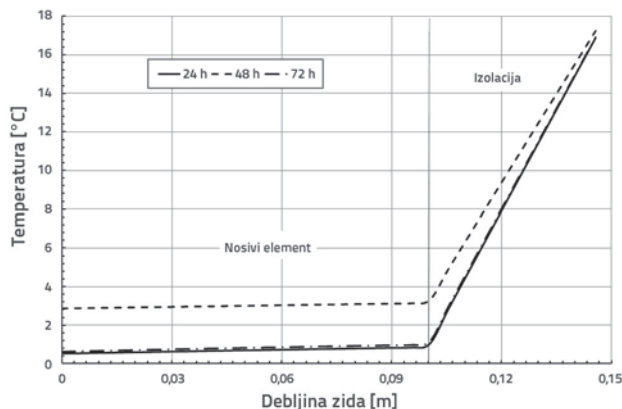
Slika 5. prikazuje prijenos topline iz unutrašnjosti zgrade tijekom prvih 500 sati, dobiven iz usporedbe modela prikazanog u ovom radu s rezultatima HAMSTAD testa. Krivulja toplinskog toka ovisi o periodu dana, količini energije koja prolazi kroz zid, obrnuto je proporcionalna vanjskoj temperaturi. Uistinu, rast krivulje odgovara vremenu od 15:00 do 8:00 sati ujutro sljedećeg dana, kad je prosječna temperatura općenito negativna, a maksimalni toplinski tok se ostvaruje oko 8:00 sati. Silazni dio krivulje predstavlja ponašanje toplinskog toka tijekom ostatka dana, kada je prosječna temperatura općenito pozitivna, pri čemu se najmanji toplinski tok ostvaruje oko 15:00 sati.



Slika 5. Vremenska ovisnost toplinskog toka iz unutrašnjosti prema zidu

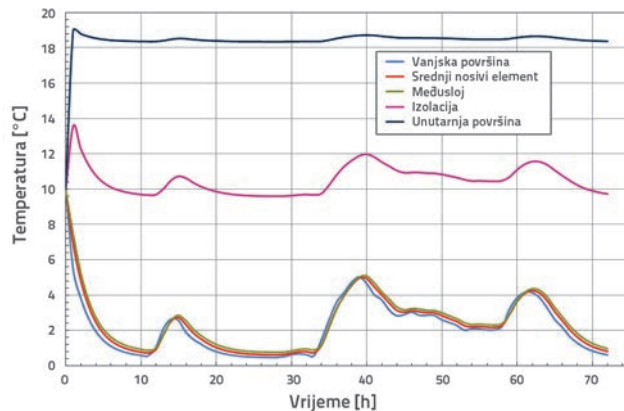
Iz slike 5. vidimo da je predviđanje modela predstavljenog u ovom radu vrlo slično rezultatima dobivenima u testnom slučaju. Osim toga, neki registrirani ekstremi sugeriraju moguće postojanje numeričke nestabilnosti. U ovoj fazi potrebno je naglasiti da su svi rezultati dobiveni pomoću zadanih parametara u softveru koji su vezani na mrežu konačnih elemenata i solvera. Kada bi se pažnja usmjerila na zadane parametre mreže i solvera, dobili bi se još precizniji rezultati, ali to će biti obrađeno detaljnije u budućim istraživanjima.

Da bi se istražila distribucija energije unutar promatranog građevinskog dijela zgrade prikazanog na slici 1, varijacija temperature na kraju svakog od prvih tri dana u godini, prikazana je na slici 6. Mjerenja pokazuju da je gradijent temperature najveći u izolacijskom materijalu koji strogo regulira gubitak topline. Registrirane temperature vanjske površine koje odgovaraju trima slučajevima su 0,52 °C, 0,63 °C i 2,87 °C. Temperatura unutar nosivog sloja ostaje kvazikonstantna, a to se događa zbog vrlo visoke toplinske provodljivosti materijala i dominantnih konvektivnih članova u poroznom materijalu, prešutno se prihvaća u ovdje predstavljenom modelu. Gradijent temperature u izolacijskom materijalu približno je stotinu puta veći od onog u nosivom sloju.



Slika 6. Temperaturna krivulja u oba sloja nakon 24 h, 48 h i 72 h

Na slici 7. prikazan je razvoj temperature tijekom prvih 72 sata na različitim mjestima višeslojnog građevinskog dijela zgrade. Tri krivulje na dnu grafa koje prikazuju temperaturne fluktuacije u tri različite točke nosivog sloja su slične. Velika provodljivost i konvencija materijala uzrokuje to da je temperatura gotovo konstantna. Ovo također objašnjava nagli pad temperature tijekom prvih 10 sati, kada temperatura pada sa 10° C (početna temperatura građevinskog dijela zgrade) na 1° C (temperatura vanjskog zraka). Temperaturno ponašanje nosivog sloja reflektira varijacije temperature vanjskog zraka.



Slika 7. Vremenska ovisnost promjene temperature na različitim mjestima

Paradoks je u tome što temperatura u sredini izolacijskog materijala predstavlja približno polovinu temperaturne razlike između unutarnje i vanjske površine promatranog građevinskog dijela. Upotrijebljeni izolacijski materijal osigurava da se nakon pola sata na unutarnjoj površini građevinskog dijela postigne konstantna temperatura u graničnom sloju s temperaturom unutrašnjeg zraka koja iznosi 20 °C.

## 5. Zaključak

U ovom radu prikazan je kombinirani HAM model za konsolidirane porozne građevinske materijale. Model uzima u obzir kapilarni tlak i gradijent temperature kao pokretački mehanizam kombiniranog prijenosa topline i vlage kroz porozne materijale vanjske ovojnice zgrade. Model je uspješno provjeren kroz dva testna slučaja.

Parcijalne diferencijalne jednačbe postavljene su i riješene istovremeno za tri transportna fenomena s obzirom na zadane temperature i kapilarni tlak (relevantne varijable). COSMOL solver je kod koji je korišten za rješavanje jednačbi prijenosa topline i vlage.

Rezultati na osnovi promatranih rezultata proračuna dokazuju mogućnosti ovog modela, njegov razvoj i primjenu, a zajedno s modelom za unutarnji zrak mogao bi tvoriti higrotermalni model za cjelokupne zgrade, uzimajući u obzir višedimenzionalni prijenos topline, zraka i vlage.

Implementacija modela predstavljenog u ovom radu i njegova validacija kroz druge definirane testne slučajeve još se istražuju. Konačni je zaključak da pristup prikazan u ovom radu pruža pouzdan i učinkovit model za simulaciju kombiniranog prijenosa topline, zraka i vlage kroz višeslojne građevinske dijelove zgrade.



## LITERATURA

- [1] Lin, M.W., Berman, J.B.: Modelling of moisture migration in an FRP reinforced masonry structure, *Building and Environment*, 41, pp. 646-656, 2006, doi: 10.1016/j.buildenv.2005.02.026
- [2] Awadalla, H.S.F., El-Dib, A.F., Mohamad, M.A.: Mathematical modelling and experimental verification of wood drying process, *Energy Conversion and Management*, 45, pp. 197-207, 2004, doi: 10.1016/S0196-8904(03)00146-8
- [3] Ingham, D.B., Pop, I.: *Transport Phenomena in Porous Media*, Elsevier, Oxford, 2005.
- [4] Olutimayin, S.O., Simonson, C.J.: Measuring and modeling vapor boundary layer growth during transient diffusion heat and moisture transfer in cellulose insulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, pp. 3319-3330, 2005, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.024
- [5] Osanyintola, O.F., Simonson, C.J.: Moisture buffering capacity of hygroscopic building materials: experimental facilities and energy impact, *Energy and Buildings*, 38, pp. 1270-1282, 2006, doi: 10.1016/j.enbuild.2006.03.026
- [6] Mendes, N., Philippi, P.C.: A method for predicting heat and moisture transfer through multilayered walls based on temperature and moisture contents gradients, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, pp. 37-51, 2005, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.08.011
- [7] Philip, J.R., De Vries, D.A.: Moisture movement in porous materials under temperature gradients, *Trans. Am. Geophys. Union, Transactions, American Geophysical Union*, 38(2), pp. 222-232, 1957, doi: 10.1029/TR038i002p00222
- [8] Luikov, A.V.: *Heat and Mass Transfer in Capillary porous Bodies (Chap. 6)*, Pergamon Press, Oxford, UK, 1966.
- [9] Mendes, N., Philippi, P.C., Lamberts, R.: A new mathematical method to solve highly coupled equations of heat and mass transfer in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, pp. 509-518, 2002, doi: 10.1016/S0017-9310(01)00172-7
- [10] dos Santos, G.H., Mendes, N.: Unsteady combined heat and moisture transfer in unsaturated porous soils, *Journal of Porous Media*, 5, pp. 493-510, 2005, doi: 10.1615/JPorMedia.v8i5.70
- [11] dos Santos, G.H., Mendes, N.: Heat, air and moisture transfer through hollow porous blocks, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(9-10), pp. 2390-2398, 2009, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer
- [12] Pedersen, C.R.: Prediction of moisture transfer in building constructions, *Building and Environment*, 27(3), pp. 387-397, 1992, doi: 10.1016/0360-1323(92)90038-Q
- [13] Künzel, H.M., Kiessel, K.: Calculation of heat and moisture transfer in exposed building components, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(1), pp. 159-167, 1997, doi: 10.1016/S0017-9310(96)00084-1
- [14] Kalagasidis, A.S.: *HAM-Tools: an integrated simulation tool for heat, air and moisture transfer analyses in building physics*, PhD Dissertation. Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2004.
- [15] Qinru, Li, Jiwu, R., Fazio, P.: Development of HAM tool for building envelope analysis, *Building and Environment*, 44 (5), pp. 1065-1073, 2009, doi: 10.1016/j.buildenv.2008.07.017
- [16] Qin, M., Belarbi, R., Ait-Mokhtar, A., Nilsson, L.O.: Coupled heat and moisture transfer in multi-layer building materials, *Construction and Building Materials*, 23 (2), pp. 967-975, 2009, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2008.05.015
- [17] Qin, M., Ait-Mokhtar, A., Belarbi, R.: Two-dimensional hygrothermal transfer in porous building materials, *Applied Thermal Engineering*, 30 (16), pp. 2555-2562, 2010, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2010.07.006
- [18] Kong, F., Wang, H.: Heat and mass coupled transfer combined with freezing process in building materials: Modeling and experimental verification, *Energy and Buildings*, 43 (10), pp. 2850-2859, 2011, doi: 10.1016/j.enbuild.2011.07.004
- [19] Ramos, N.M.M., Kalagasidis, A.S., de Freitas, V.P., Delgado, J.M.P.Q.: Numerical simulation of transient moisture transport for hygroscopic inertia assessment, *Journal of Porous Media*, 15(8), pp. 793-804, 2012, doi: 10.1615/JPorMedia.v15i8.80
- [20] Klemczak, B.: Prediction of Coupled Heat and Moisture Transfer in Early-Age Massive Concrete Structures, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 60(3), pp. 212-233, 2011, doi: 10.1080/10407782.2011.594416
- [21] Woloszyn, M., Rode, C.: Tools for performance simulation of heat, air and moisture conditions of whole buildings, *Building Simulation*, 1(1), pp. 5-24, 2008, doi: 10.1007/s12273-008-8106-z
- [22] Tariku, F., Kumaran, M.K., Fazio, P.: Transient model for coupled heat, air and moisture transfer through multilayered porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(15-16), pp. 3035-3044, 2010, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.03.024
- [23] Carmeliet, J., Hens, H., Roels, S., Adan, O., Brocken, H., Cerny, R., Pavlik, Z., Hall, C., Kumaran, K., Pel, L.: Determination of the liquid water diffusivity from transient moisture transfer experiments, *Journal of Thermal Envelope and Building Science*, 27(4), pp. 277-305, 2004, doi: 10.1177/1097196304042324
- [24] Thomas, H.R., Missoum, H.: Three-dimensional coupled heat, moisture, and air transfer in a deformable unsaturated soil, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44(7), pp. 919-943, 1999, doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990310)44:7<919::AID-NME535>3.0.CO;2-C
- [25] van Schijndel, A.W.M.: *Integrated Heat Air and Moisture Modeling and Simulation*, PhD. Dissertation, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, Netherlands, 2007.
- [26] Künzel, H.M.: *Simultaneous heat and moisture transport in building components: one and two-dimensional calculation using simple parameters*, PhD Thesis, Institute of Building Physics, Germany, 1995.
- [27] Nicolai, A.: Modelling and numerical simulation of salt transport and phase transitions in unsaturated porous building materials, PhD. dissertation, Syracuse University, New York, 2007.
- [28] Hagentoft, C.E.: HAMSTAD – Final report: Methodology of HAM-modeling. Report R-02:8. Gothenburg, Department of Building Physics, Chalmers University of Technology, 2002.
- [29] Hagentoft, C.E., Kalagasidis, A.S., Adl-Zarrabi, B., Roels, S., Carmeliet, J., Hens, H., Grunewald, J., Funk, M., Becker, R., Shamir, D., Adan, O., Brocken, H., Kumaran, K., Djebbar, R.: Assessment Method of Numerical Prediction Models for Combined Heat, Air and Moisture Transfer in Building Components: Benchmarks for One-dimensional Cases, *Journal of Thermal Envelope and Building Science*, 27(4), pp. 327-352, 2004, doi: 10.1177/1097196304042436
- [30] Tariku, F.: *Whole building heat and moisture analysis*, PhD. Thesis, Concordia University, Montreal, Canada, 2008.
- [31] Comsol, Multiphysics Modeling and Simulation Software, <http://www.comsol.com>, 2011.