

Primljen / Received: 27.1.2021.

Ispravljen / Corrected: 28.3.2021.

Prihvaćen / Accepted: 12.4.2021.

Dostupno online / Available online: 10.5.2021.

Traženje oblika vlačnih konstrukcija u nastavi na Građevinskom fakultetu

Autori:



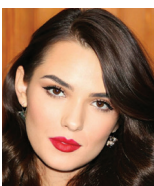
Doc.dr.sc. **Petra Gidak**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet
petra.gidak@grad.unizg.hr
Autor za korespondenciju



Elizabeta Šamec, mag. ing. aedif.
Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet
elizabeta.samec@grad.hr



Prof.dr.sc. **Krešimir Fresl**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet
fresl@grad.hr



Jelena Vukadin, studentica
Sveučilište u Zagrebu
Građevinski fakultet
jvukadin@student.grad.hr

Prethodno priopćenje

Petra Gidak, Elizabeta Šamec, Krešimir Fresl, Jelena Vukadin

Traženje oblika vlačnih konstrukcija u nastavi na Građevinskom fakultetu

Na nastavi kolegija Građevna statika 2. na trećoj godini preddiplomskoga studija na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu studenti niz godina usvajaju teorijsko znanje o oblikovanju vlačnih prednapetih konstrukcija (s naglaskom na mreže prednapetih kabela). Radi boljšega razumijevanja problema traženja oblika, a primjereno preddiplomskom studiju, studenti su kolegija akademske godine 2019./2020. izrađivali fizički model vlačne konstrukcije od elastične mrežaste tkanine. Potom su primjenom metode gustoća sila numerički definirali ravnotežni položaj primjenom programa Rhinoceros i Grasshopper (vizualni programski jezik i okruženje u Rhinocerosu 3D) te SageMath.

Ključne riječi:

preddiplomski studij, kolegij Građevna statika 2., traženje oblika, fizički model, numerički model

Research Paper

Petra Gidak, Elizabeta Šamec, Krešimir Fresl, Jelena Vukadin

Form finding of tensile structures in Civil Engineering classes

In Structural Analysis 2, the third year's course of undergraduate studies at the Faculty of Civil Engineering, University of Zagreb, students acquire theoretical knowledge on the design of tensile structures (with emphasis on prestressed cable nets). Prior to calculation, to better understand the problem of form finding, students are assigned to build a physical model of tensile structure from elastic mesh fabric. Following, they apply the force density method to numerically determine the equilibrium position. To establish numerical model, Rhinoceros and Grasshopper (visual programming language within Rhinoceros) are used, while calculations are made in SageMath, an open-source mathematical software.

Key words:

undergraduate university study, Structural Analysis 2, form finding, physical model, numerical model

Vorherige Mitteilung

Petra Gidak, Elizabeta Šamec, Krešimir Fresl, Jelena Vukadin

Formfindung von Zugstrukturen im Unterricht an der Fakultät für Bauingenieurwesen

Im Rahmen des Kollegiums Baustatik 2 des dritten Jahres des Diplomstudiums der Fakultät für Bauingenieurwesen der Universität Zagreb erwerben Studenten schon seit einigen Jahren theoretische Kenntnisse über die Formung von vorgespannten Zugkonstruktionen (mit Schwerpunkt auf vorgespannte Seilnetze). Um das Problem der Formfindung besser zu verstehen, und dabei im Rahmen der Möglichkeiten eines Diplomstudiums zu bleiben, haben Studenten des Kollegiums im Laufe des akademischen Jahres 2019/2020 das physikalische Modell einer Zugstruktur aus elastischem Netzgewebe hergestellt. Anschließend definierten sie unter Anwendung der Kraft-Dichte-Methode und mithilfe der Programme Rhinoceros und Grasshopper (visuelle Programmiersprache und Umgebung in Rhinoceros 3D) und SageMath numerisch die Gleichgewichtsposition.

Schlüsselwörter:

Diplomstudium, Baustatik 2, Formfindung, physikalisches Modell, numerisches Modell

1. Uvod

Krajem zimskoga semestra akademske godine 2019./2020. studenti kolegija Građevna statika 2. (peti semestar preddiplomskoga studija) na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu upoznali su se s problemom traženja oblika vlačnih konstrukcija izradom fizičkoga modela konstrukcije tog tipa. Iako je oblikovanje statičkih sistema radi optimizacije njihove nosivosti primjenjivo na sve tipove konstrukcija, nalaženja (ravnotežnoga) oblika u slučaju je vlačnih (gipkih ili visećih) konstrukcija osnovna (i početna) zadaća projektanta. Naime, zbog osjetljivosti kabela (kao nosivih elemenata mreže prednapetih kabela) na promjenu položaja, pravca i smisla djelovanja vanjskoga opterećenja kabeli moraju definirati mrežu koja tvori antiklastičnu plohu (plohu negativne zakrivljenosti). Uz to, zbog zanemarive fleksijske krutosti kabela u njegovim se poprečnim presjecima ne mogu pojaviti momenti savijanja (pa stoga niti poprečne sile) kao niti tlačne sile, te kabel mora promijeniti oblik da bi se aktiviranjem vlačne sile uravnotežilo vanjsko djelovanje. Stoga su oblik mreže i razinu prednapona ključni parametri nosivosti mreže prednapetih kabela (općenito vlačnih konstrukcija).

U poglavlju 2 ukratko je opisan Frei Ottov doprinos traženju oblika vlačnih konstrukcija i njihovu projektiranju. S Ottom započinje moderno doba prednapetih vlačnih konstrukcija koje traje i danas, što je vidljivo u projektnim rješenjima nosivih sistema znatnih raspona ili tlocrtnih dimenzija (neke su od njih spomenute u potpoglavlju 2.1). Željeli bismo da se konstrukcijski potencijal vlačnih prednapetih nosivih sistema prepozna u Hrvatskoj; međutim, do sada je u našoj zemlji njihova primjena ograničena (potpoglavlje 2.2). Temeljni numerički problemi i rješenja oblikovanja razloženi su u poglavlju 3, dok se u poglavlju 4 traženju oblika pristupa kroz (tradicijsku) izradu fizičkih modela vlačnih konstrukcija. Nadalje, u poglavlju 5 opisuju se načela traženja oblika primjenom numeričkih modela, točnije programskoga koda utemeljenoga na metodi gustoća sila povezanog sa suvremenim grafičkim programom radi bolje vizualne kontrole i ocjene oblika. O budućim planovima autora (vezanima za edukaciju o traženju oblika) rečeno je ponešto u zaključku rada (6. poglavlje).

2. Frei Otto – virtuoz ravnoteže

Nemoguće je pisati o vlačnim konstrukcijama bez spominjanja glavnoga "krivca" za redefiniranje načela oblikovanja i nosivosti vlačnih sistema – riječ je, dakako, o Freiu Ottou (1925.–2015.). Osnivanjem *Instituta za lagane konstrukcije* na Sveučilištu u Stuttgartu (njem. *Institut für Leichte Flächentragwerke, Universität Stuttgart*) na čelu s Ottom započinje prvo sustavno istraživanje laganih konstrukcija ovisnih o obliku (slika 1.).

Na Institutu se u početku zbog nemogućnosti primjene analitičkih metoda problemu traženja oblika pristupalo očitavanjem koordinata referentnih točaka s fizičkoga modela utemeljenoga (najčešće) na minimalnim plohama (štoviše, razvijen je uređaj

za "proizvodnju" opna od sapunice kao prirodnih minimalnih ploha). Pritom fotogrametrijskom metodom očitane koordinate nisu zadovoljavale uvjet potrebne točnosti, koja je neophodna zbog osjetljivosti ravnotežnoga oblika vlačnih konstrukcija na pomake točaka konstrukcije, posebno u slučaju konstrukcija velikih raspona. A o očitavanju intenziteta prednaponskih sila, naravno, nije moglo biti ni govora.



Slika 1. Frei Otto i model krovišta bazena u Olimpijskom parku u Münchenu u Njemačkoj (<https://zkm.de>)

Tijekom oblikovanja krovišta bazena i atletskoga stadiona u Münchenskom Olimpijskom parku (iz 1972. godine) Otto i njegov projektni tim zatražili su pomoć matematičara i informatičara Hansa-Jörga Scheka (r. 1940.) i inženjera geodezije i građevinarstva Klusa Linkwita (1927. – 2017.). Njihova suradnja rezultirala je prvim računalnim programom za traženje oblika vlačnih konstrukcija utemeljenim na novoformuliranoj metodi za rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi, točnije sustava koji tvore jednadžbe ravnoteže čvorova mreže prednapetih kabela s izraženom nelinearnosti. Schek i Linkwitz metodu su nazvali metodom gustoća sila (o tome više u poglavlju 3) [1, 2]. Osnovna zamisao metode i danas je polazište novih metoda za traženje oblika konstrukcija ovisnih o obliku (kao što su prednapete mreže kabela, membranske konstrukcije [3], tlačne jednoslojne rešetke [4], *tensegrity* sistemi [5], *bending active* konstrukcije [6] i slično).

2.1. Oslobađanje oblika

Dvije konstrukcije mogu se smatrati prethodnicom ključnoga Ottovog Münchenskog projekta: dvorana za hokej David S. Ingalls Rink na Sveučilištu Yale arhitekta Eera Saarinen (1958. godine), te gimnazija Yoyogi u Tokiju Kenzoa Tangea (nekadašnja olimpijska dvorana za vodene sportove, 1964.). Oba krovišta sadrže prednapete kabele, ali ne i njihovu mrežu (doduše traženje je oblika moralo biti primijenjeno). Ottoova krovišta u Olimpijskom parku (napose krovište Olimpijskoga stadiona) prve su stalne mreže prednapetih kabela velikoga raspona. U tome je presudnu ulogu imala nova metoda primijenjena na traženje oblika – metoda gustoća sila, ali posljedično i preciznost u postupku

traženja oblika primjenom numeričkoga modela. Tako (prije tek pola stoljeća) započinje ubrzan razvoj vlačnih prednapetih konstrukcija, te su vlačni nosivi sistemi otkrili neoborive prednosti (poglavito ako je riječ o velikim rasponima), ali i zamjetne boljke (ponajprije velike reaktivne vlačne sile prihvaćanje kojih mora osigurati potporna konstrukcija znatnih dimenzija i(li) težine).

Navođenje istaknutih vlačnih konstrukcija nezaobilazno mora uključiti Hajj terminal međunarodnoga aerodroma Jeddah (Saudijska Arabija, aerodrom izgrađen 1980. godine) kao najveće krovne površine u svijetu (465.000 m²), zatim krovni stadion King Fahd u Riyadhu (Saudijska Arabija) iz 1987. godine te zgrada terminala međunarodnoga aerodroma u Denveru (SAD, 1994.). Fotografijom bismo radije predstavili nekoliko novijih postignuća.

Početak 21. stoljeća završena je konstrukcija (mreža prednapetih kabela) zabavnoga centra Khan Shatyr u Astani (slika 2.). Dimenzije su te konstrukcije impresivne: najviša točka mreže prednapetih kabela je na 90 m (što je čini najvišom vlačnom konstrukcijom), dok je tlocrtna površina oblika elipse dimenzija 200 m x 195 m.



Slika 2. Zabavni centar Khan Shatyr u Kazahstanu, 2010. (CC BY-SA 4.0)

Biciklistička arena izgrađena za potrebe Olimpijskih igara u Londonu (2012. godine) primjer je neosporne učinkovitosti vlačne nosive konstrukcije uz evidentnu elegantnost (slika 3.).

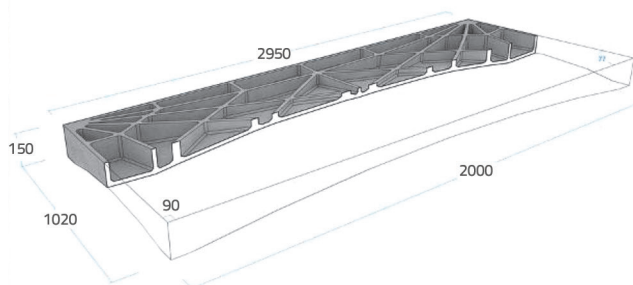
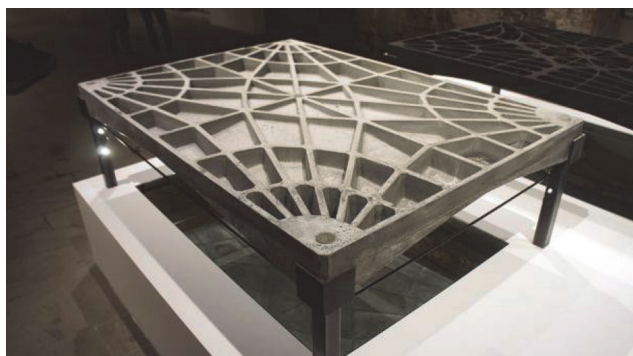


Slika 3. Velodrom (biciklistička arena) u Londonu u Velikoj Britaniji, 2011. (archdaily.com)

Riječ je o dvostrukoj mreži prednapetih kabela površine 12.500 m² (najveći rasponi u dva okomita smjera iznose 131 m i 119 m). Oblik mreže kabela definiran je uz uvjetovane korelacije sila prednapona. Potporna konstrukciju čine

metalni prsten (prostorna rešetka) i betonski stupovi (najveće dimenzije 3,2 m x 0,75 m) kao i betonska ploča (debljine 25 cm) u razini tla.

Načela traženja oblika prednapetih vlačnih konstrukcija danas se primjenjuju i za oblikovanje učinkovitijih konvencionalnih konstrukcijskih dijelova ili pak za oblikovanje tlačnih jednoslojnih rešetaka primjenjujući analogiju ravnotežnih oblika vlačnih i tlačnih nosivih sistema [4] (engl. *hanging cloth analogy*). Na Sveučilištu ETH u Zürichu u Švicarskoj grupa istraživača pod nazivom Block Research Group (BRG) na čelu s Phillippom Blockom razvila je rebrima ojačanu ploču debljine 2 cm (engl. *rib-stiffened funicular floor system*) koja je 70 % lakša od tipičnih etažnih ploča debljine 25 do 30 cm, slika 4. Rezultat je oblikovanja tlačna ploča (točnije zaobljena ploha) ojačana rebrima (debljine 2 cm, najveće visine 14 cm u kutovima ploče) za opterećenje vlastitom težinom i stalnim opterećenjem, a raspored i broj ojačanja tankim rebrima (definiranima postupkom traženja oblika) osigurava prenošenje pokretnoga opterećenja bez potrebe ugradnje armature [7].

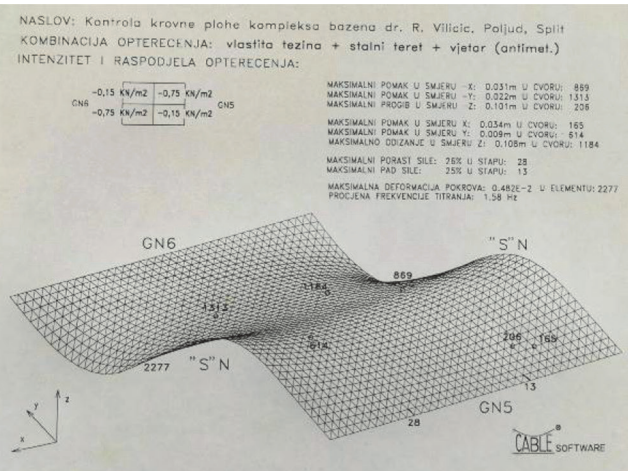


Slika 4. Izgrađeni prototip vrlo tanke betonske ploče (gore). Presjek kroz prototip nosivoga sistema etažne ploče u mjernim jedinicama [mm] (dolje) [7]

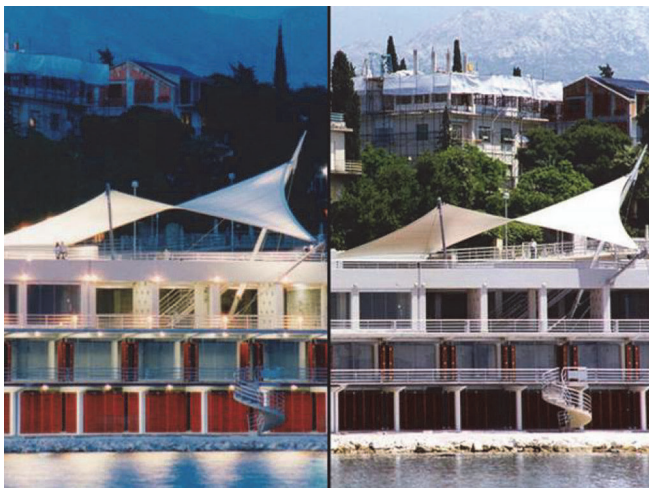
2.2. A gdje smo mi?

2.2.1. Muke po obliku u Zavodu za tehničku mehaniku

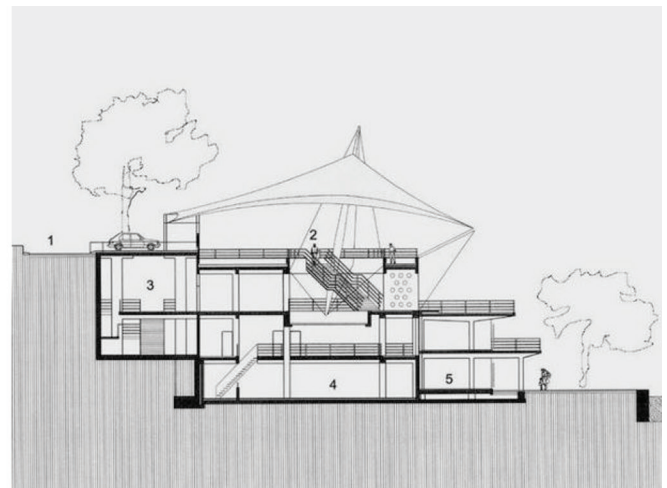
U Zavodu za tehničku mehaniku Građevinskoga fakulteta u Zagrebu sustavno istraživanje problema traženja oblika započinje 1997. godine objavljivanjem radova [8, 9] autora prof. emer. Josipa Dvornika i prof. dr. sc. Damira Lazarevića,



Slika 5. Hala bazena na Poljudu u Splitu, 1979. (lijevo). Numerički model krovne konstrukcije bazena Poljud (desno)



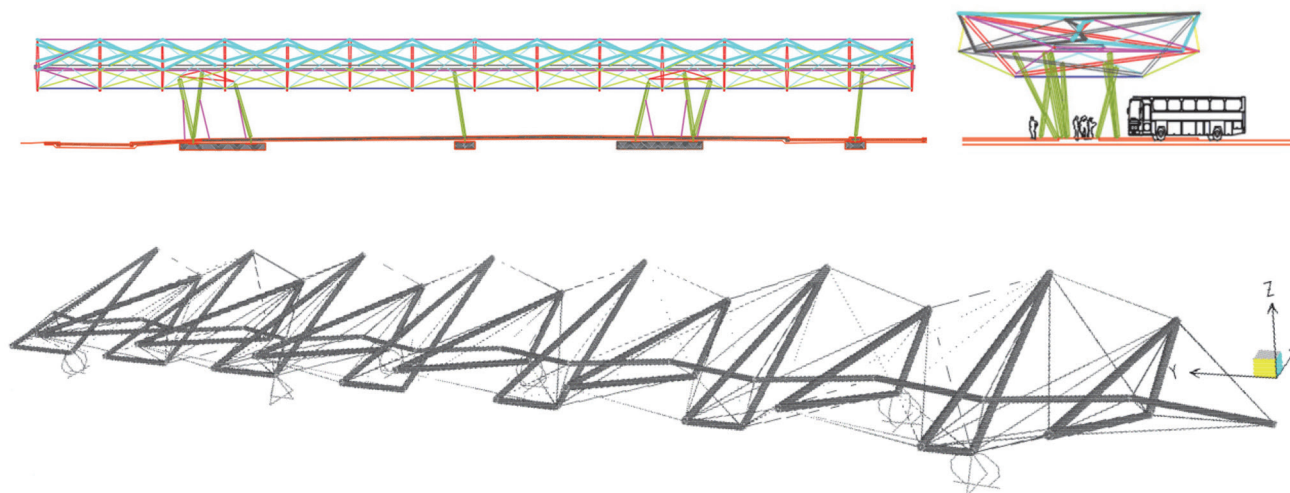
Slika 6. AKB Beach Complex Bačvice u Splitu (1998.)



a u najnovijem radu [10] Dvornik i Lazarević (zajedno s prof. emer. dr. sc. Nenadom Bičanićem) nisu izostavili prednapete vlačne konstrukcije (str. 396–425). Međutim, [8, 9] su bili samo posljedica niza "vlačnih tema" koje su autore zaokupljale od osamdesetih godina prošloga stoljeća. Doprinos profesora Dvornika (sa suradnicima Ramizom Fejzom i prof. dr. sc. Joškom Ožboltom) sanaciji krovništa bazena na Poljudu u Splitu godine 1979. (slika 5. lijevo) mogao bi se smatrati prvom službenom, ali posrednom vezom Građevinskoga fakulteta s problematikom vlačnih nosivih sistema u Hrvatskoj (zanemarujući pri tom rasprave po hodnicima i sobama Zavoda). Kažemo "posrednom vezom", jer Dvornik i suradnici nisu "popravljali" nosivi sistem krovništa bazena (mrežu prednapetih kabela u dva okomita smjera), već njezinu komplementarnu konstrukciju. Prepoznavši problem prevelikoga raspona i premaloga poprečnog presjeka glavnih S-nosača nedovoljne krutosti za preuzimanje horizontalnih sila prednapete mreže kabela, predložili su rješenje sanacije: u komplementarnu konstrukciju uvedeni su dodatni stupovi i razupore, te je poprečni nosač prednapet izvana.

Početak devedesetih godina prošloga stoljeća istraživanje nelinearnoga ponašanja vlačnih konstrukcija u Zavodu za tehničku mehaniku prelilo se u razvoj računalnoga programa CABLE za određivanje oblika vlačnih, ali i ostalih laganih konstrukcija (između ostaloga primjenjivala se vlačno-tlačna analogija, te provodio proračun laganih konstrukcija pod djelovanjem statičkoga i dinamičkoga opterećenja). CABLE je bio neposredna posljedica diplomskoga rada sadašnjeg profesora na Zavodu, Damira Lazarevića, a konačan je cilj bio razvoj programa za interaktivno projektiranje laganih konstrukcija u kojem je utjecaj promjene ulaznoga podatka (ili više njih) neposredno vidljiv na rezultatu, ravnotežnom obliku. CABLE je poslužio i za naknadnu provjeru oblika i nosivosti konstrukcije bazena na Poljudu (slika 5. desno).

Nadalje, programom CABLE projektirana je nadstrešnica na plaži Bačvice u Splitu 1998. godine (slika 6.). Nažalost, CABLE je izgubljen u crnim rupama zavodskih polica i disketa (engl. *floppy disk*), dok se zamisao interaktivnoga računalnoga programa ostvaruje tek danas disertacijom suautorice ovoga rada Elizabete Šamec. Ipak, od CABLE-a do danas traženje je



Slika 7. Idejno rješenje nadstrešnice Zračne luke u Čilipima (2005.)

oblika prednapetih vlačnih konstrukcija tema disertacija dvoje su autora ovog rada, [11, 12] te nekoliko završnih i diplomskih radova, a spomenut ćemo i rad [13].

Iako je riječ tek o idejnome rješenju, svakako želimo skrenuti pozornost na projekt nadstrešnice autobusnih terminala Zračne luke Čilipi (slika 7.). Osnovna zamisao autora konstrukcije nadstrešnice Josipa Dvornika i Damira Lazarevića proizašla je iz želje za razbijanjem izrazite linearnosti i pravilnosti zadanoga tlocrta. Također se željelo izbjeći tipične armiranobetonske i čelične, odnosno teške i glomazne (te pritom i nezgrapne) konstrukcije koje bi ugušile mediteransku atmosferu dubrovačkoga podneblja. Trebalo je osmisliti laganu i razigranu konstrukciju, a projektantski duo želio je svemu dodati jedinstvenost odabirom vrlo modernoga nosivog sistema – *tensegrity* konstrukcije (izvedbom bi postala jedina takva konstrukcija u Hrvatskoj). Projekt je zapeo u fazi idejnoga rješenja, pa nije proveden detaljan statički proračun. Određen je oblik osnovnoga modula *tensegrity* konstrukcije za djelovanje prednaponskih sila, odabrane su dimenzije užadi i tlačnih štapova i proveden je jednostavni proračun za djelovanje vjetrova, temeljen na statičkim silama u skladu s propisima. Detaljnije o toj konstrukciji navedeno je u [14].

2.2.2. Neke vlačne nadstrešnice u Hrvatskoj

Izvan Zavoda, od izgradnje poljudskoga bazena do današnjih dana, prednapeti vlačni nosivi sistemi služe kao efektivna arhitektonska rješenja niza nadstrešnica. Slika 7. prikazuje neke od njih, a poznate su nam i sljedeće: nadstrešnica zapadne tribine atletskoga stadiona Mladost u Zagrebu, nadstrešnica na tramvajskom okretištu Borongaj u Zagrebu, nadstrešnica željezničke stanice Karlovac – centar, nadstrešnica autobusnoga kolodvora u Zaprešiću te nadstrešnica ispred Bočarskoga doma u Zagrebu. Sigurni smo da u našoj zemlji ima i drugih vlačnih prednapetih nadstrešnica. Međutim, raspon vlačne prednapete konstrukcije bazena na Poljudu od 64 m nije do danas nadmašen istim ili sličnim nosivim sistemom. Točnije, koliko nam je poznato, u Hrvatskoj ne postoji druga vlačna konstrukcija sličnoga raspona (koji bismo mogli smatrati velikim).

Fotografije: zahvaljujemo Arhitektonskom birou Ante Kuzmanić (slike 5., 6. i 7.), Robertu Krikoviću (slika 8. lijevo), te VV projektu d.o.o. (slika 8. desno).



Slika 8. Zračna luka Zadar (2012.) i autobusni terminal u Zračnoj luci Split (2019.)

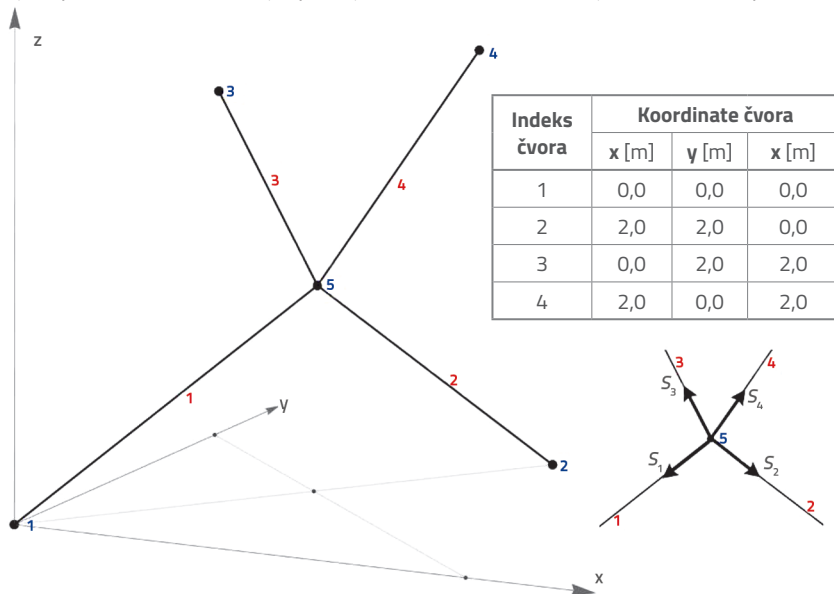
3. O problemu Newtona i Raphsona te rješenju Scheka i Linkwiza

U postupku traženja oblika pretpostavljaju se potpuno savitljivi kabeli. Nadalje, osi kabela prednapete mreže međusobno se mimoilaze zbog debljine kabla, međutim u proračunskom se modelu zbog male dimenzije poprečnog presjeka može prihvatiti da se osi međusobno sijeku.

Mjesta sjecišta nazivaju se čvorovima, a razlikujemo slobodne (koordinate kojih su u ravnotežnom položaju nepoznate) i ležajne čvorove (njihove su koordinate ulazni podaci u postupku traženja oblika). Dijelovi kabla između čvorova definiraju elemente mreže kabla, koji se zbog velike vrijednosti vlačne sile i pretpostavke potpune savitljivosti mogu smatrati dijelovima pravaca (slika 9.). Vlastita se težina zanemaruje (zbog vrlo male vrijednosti u odnosu na vrijednost prednaponske sile) kao i vanjsko djelovanje, ali samo u fazi traženja oblika.

Naime, nakon određivanja ravnotežnog oblika mreže prednapetih kabla provodi se statički proračun u kojem se dodaju vanjska djelovanja (veličinom, smjerom, smislom i mjestom djelovanja) i njihove kombinacije. Ravnotežni oblik dobiven u fazi traženja oblika neće se u statičkom proračunu bitno promijeniti (pomaci čvorova mreže ostat će dovoljno mali). Točnije, ako se pod djelovanjem primjerice vjetra oblik mijenja (ili se pojavljuju "opuštena" mjesta), postupak traženja oblika treba ponoviti te naći novi ravnotežni položaj s uvećanim vrijednostima sila prednapona ili promjenom ležajnih uvjeta.

Na slici 9. prikazana je mreža od dva prednapeta kabla koji se sijeku u čvoru označenom indeksom 5. Koordinate su ostalih čvorova poznate i ulazni su podatak u postupku traženja ravnotežnoga položaja slobodnoga čvora 5. Izdvajanjem iz mreže čvora 5, u koji su priključeni elementi označeni indeksima 1 do 4, postavljaju se tri uvjeta ravnoteže. Iako je riječ o izdvojenom dijelu prostorne konstrukcije, postoje samo tri nezavisna uvjeta



Slika 9. Primjer 1: mreža od dva prednapeta kabla

ravnoteže (kao što je već rečeno, u poprečnim se presjecima kabla ne mogu javiti momenti savijanja zbog zanemarive fleksijske krutosti kabla). Prema tome, mjesta sjecišta kabla mogu se smatrati zglobovima, a tri su uvjeta ravnoteže:

$$\begin{aligned}
 S_1 \cdot \cos \alpha_1 + S_2 \cdot \cos \alpha_2 + S_3 \cdot \cos \alpha_3 + S_4 \cdot \cos \alpha_4 &= 0 \\
 S_1 \cdot \cos \beta_1 + S_2 \cdot \cos \beta_2 + S_3 \cdot \cos \beta_3 + S_4 \cdot \cos \beta_4 &= 0 \\
 S_1 \cdot \cos \gamma_1 + S_2 \cdot \cos \gamma_2 + S_3 \cdot \cos \gamma_3 + S_4 \cdot \cos \gamma_4 &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdje su

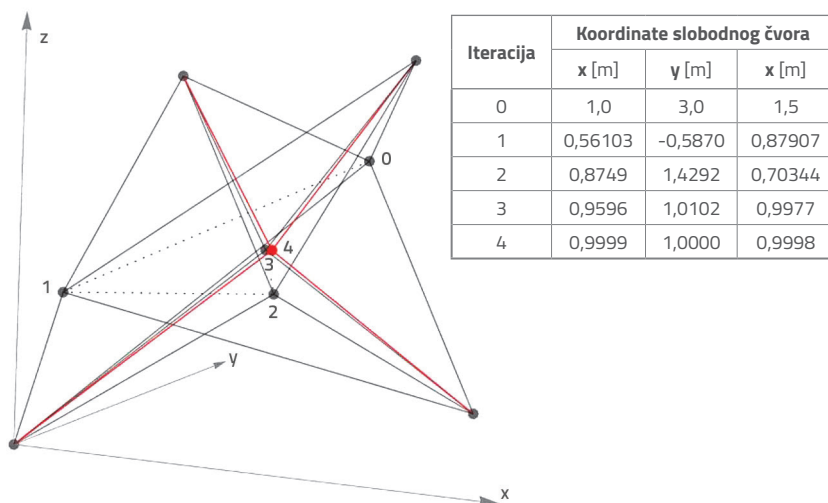
$$\cos \alpha_i = \frac{x_i - x_j}{l_i}, \quad \cos \beta_i = \frac{y_i - y_j}{l_i}, \quad \cos \gamma_i = \frac{z_i - z_j}{l_i} \tag{2a}$$

i

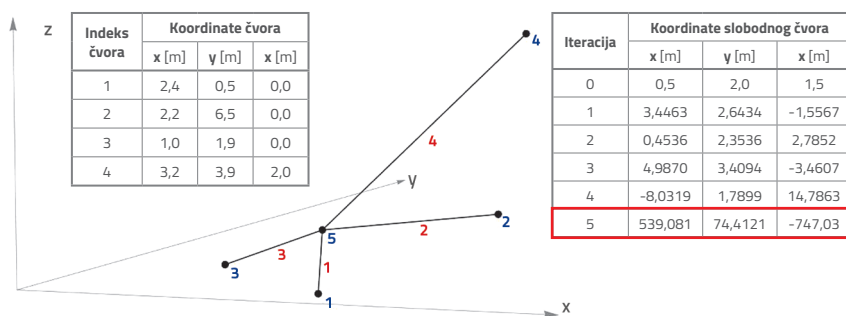
$$l_i = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \tag{2b}$$

kosinusi kutova koje pojedini elementi zatvaraju s koordinatnim osima x, y i z, te duljine elemenata. Svaka je jednadžba u (1) zbroj projekcija (unutarnjih vlačnih) sila svih elemenata koji se sastaju u čvoru 5 na određenu koordinatnu os. Nepoznanice su (tri) koordinate slobodnoga čvora (x_5, y_5, z_5) i vrijednosti sila (S_1, S_2, S_3, S_4) u četiri kabla koji se u tom čvoru sastaju. Dakle, bez uvažavanja dodatnih pretpostavaka (kao što je, na primjer, jednakosti vrijednosti sila u svim elementima mreže) sustav (1) nije moguće riješiti. S obzirom da čvor 5 nije opterećen vanjskim djelovanjem, barem jedna od četiri vlačne sile u čvoru mora imati "uzlazni" smjer djelovanja (time se može slikovito objasniti dvostruka zakrivljenost ravnotežne plohe vlačnih konstrukcija). Nadalje, sustav jednadžbi (1) očito je nelinearan. Primjenjujući standardnu iteracijsku metodu za rješavanje sustava nelinearnih jednadžbi, kao što je Newton–Raphsonova metoda, konvergencija ovisi o izboru početnoga položaja slobodnoga čvora (pritom zanemarimo činjenicu da je riječ o primjeru čije se rješenje može zbog simetrije lako naslutiti uz dodatni uvjet jednakosti vrijednosti vlačnih sila).

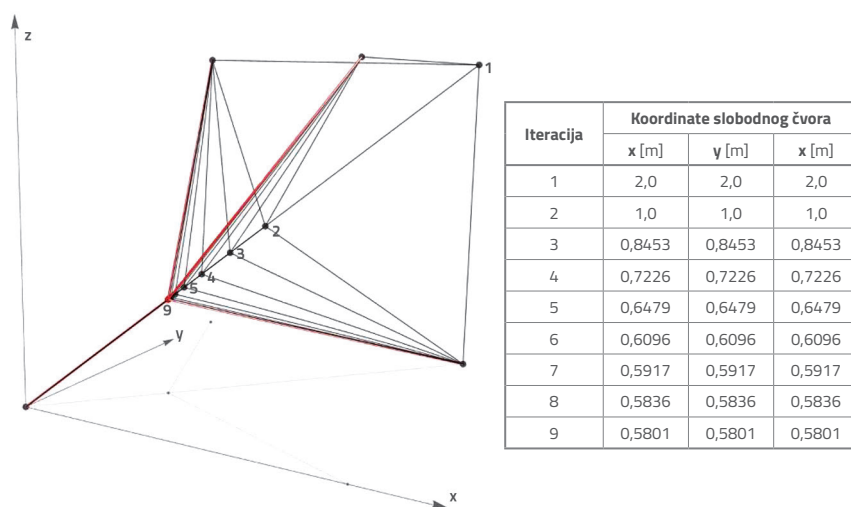
Na slici 10. prikazani su položaji slobodnoga čvora tijekom iteracije po metodi Newton–Raphsona uz (slučajan) odabir početnoga rješenja ($x_5^0, y_5^0, z_5^0 = (1,0, 3,0, 1,5)$). Nadalje, na istoj je slici točkastom linijom naznačena putanja slobodnoga čvora od početnoga položaja do dolaska u ravnotežni položaj (uz točnost prema Euklidskoj normi) koji je prikazan crvenom bojom. Međutim, s povećanjem složenosti mreže prednapetih kabla naslutiti dobar početni položaj nije lak zadatak. Na primjer, ako se promijene koordinate ležajnih čvorova primjera sa slike 9. uz (slučajno loš) odabir početnoga položaja lako se može dogoditi da metoda Newton–Raphsona divergira (slika 11.) [15].



Slika 10. Položaji čvora 5 (u primjeru 1) po koracima (iteracijske) metode Newton-Raphsona



Slika 11. Primjer 2: koordinate ležajnih čvorova i koordinate čvora 5 po koracima metode Newton-Raphsona



Slika 12. Položaji čvora 5 (primjera 1) po koracima iterativne primjene metode gustoća sila

Stoga se sustav nelinearnih jednadžbi (1) rješava metodama specifičnim za problem traženja oblika vlačnih konstrukcija, od kojih se na kolegiju Građevna statika 2. primjenjuje metoda gustoća sila Scheka i Linkwitz [1, 2].

Ako se u sustav (1) umjesto odnosa vrijednosti sile u elementu i njegove duljine upiše faktor čija vrijednost tada predstavlja (novi) ulazni parametar, nelinearnost se jednadžbi sustava istopila. Štoviše, čitav se sustav raspao na tri nezavisne jednadžbe

$$\sum_{i=1}^4 q_i \cdot (x_i - x_5) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^4 q_i \cdot (y_i - y_5) = 0, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^4 q_i \cdot (z_i - z_5) = 0,$$

gdje je $q_i = S_i / \ell_i$, a naziva se gustoćom sile. Rješenje sustava koordinate su slobodna čvora s indeksom 5. Izraz (3) sustav je linearnih jednadžbi koji se može riješiti direktno (pa ne treba odabrati početni položaj slobodnoga čvora). Uvrštavanjem koordinata ležajnih čvorova sa slike 9. i uvažavanjem (trivijalne) jedinične vrijednosti gustoća sila svih elemenata ($q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1$) lako je odrediti rješenje: $(x_5, y_5, z_5) = (1,0, 1,0, 1,0)$.

Metoda gustoća sila može se primijeniti iteracijski uvođenjem ograničenja u obliku željenih duljina (svih ili nekih) elemenata mreže ili vrijednosti sila u njima (oba se uvjeta ne mogu postavljati istodobno za isti element mreže). Pri tome se gustoća sila elementa s ograničenjem u nekom koraku k iteracijskoga proračuna određuje prema izrazima $q_i^k = S_i^k / \ell_i$ ili $q_i^k = S_i / \ell_i^k$, gdje je $\bar{\ell}_i$ željena duljina elementa s indeksom i , a \bar{S}_i željena vrijednost sile u elementu s indeksom i . Za primjer sa slike 9. odredit će se ravnotežni položaj slobodnoga čvora iteracijskom primjenom metode gustoća sila uz kinematički uvjet željene duljine elementa s indeksom 1 : $\bar{\ell}_1 = 1,0$. Na slici 12. prikazana je putanja slobodnoga čvora tijekom iteracijskog proračuna. Za razliku od Newton-Raphsonova postupka, sada je svaki položaj čvorova mreže sa slike 12. ravnotežni, iako samo položaj kabala označen crvenom bojom zadovoljava ulazno kinematičko ograničenje elementa 1. Uz to, usporedbom "putanja" slobodnoga čvora u primjeru 1. na slikama 10. i 12. nesporna je skokovitost rješenja koraka metode Newton-Raphson (koja proizlazi iz same definicije metode), dok

će slobodan čvor po metodi gustoća sila doći do uvjetovanoga ravnotežnog položaja pomicanjem po znatno glađoj krivulji (koja je u ovom primjeru zbog simetrije pravac).

Zbog nelinearne prirode problema traženja oblika i same činjenice da je oblik statičkoga sistema na kojem treba provesti statički proračun unaprijed nepoznat (što je u suprotnosti sa statičkim proračunima u većini kolegija Građevinskoga fakulteta), nastavnicima je izazov pojasniti navedenu temu studentima preddiplomskoga studija. Stoga obrada problematike traženja oblika izradom fizičkoga modela služi kao dobar uvod u osnove projektiranja vlačnih konstrukcija.

4. Fizički model vlačne konstrukcije – traženje oblika rukom

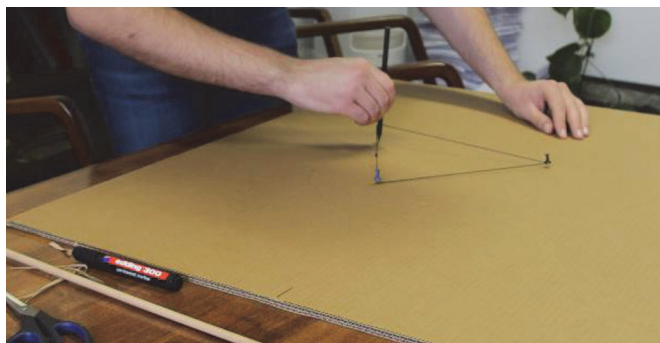
Obrada nastavnoga sadržaja s temom traženja oblika vlačnih konstrukcija nadahnuta je radovima "starih" majstora i vizionara Antonia Gaudia i Freia Otta, pionira konstrukcija čiji oblik nije unaprijed poznat – određen je uvjetima ravnoteže. Problemu oblikovanja pristupilo se istraživanjem oblika vlačnih konstrukcija primjenom tradicijskoga fizičkoga modela i suvremenih alata za numerički proračun. Namjera je bila poticanje studenata na istraživanje tih dopadljivih graditeljskih i arhitektonskih rješenja. Temeljno je pravilo prilikom traženja oblika izradom fizičkoga modela izbjeci nabiranje (opuštenost) tkanine, odnosno za odabrane rubne uvjete naći glatku plohu koja će potom prirodno biti antiklastična (treba napomenuti da je izbor tkanine omogućavao izradu modela nosivoga sistema bez potrebe za krojenjem tkanine).

Podjela studenata u grupe (po četiri ili pet članova) bila je nužna zbog procesa izrade modela koja zahtjeva suradnju "više parova ruku". Svaka je grupa studenata pronašla inspiraciju u postojećoj (ili nekadašnjoj) vlačnoj gipkoj konstrukciji ili njezinu modelu te je uz dogovor s nastavnicima odabrala potrebne ulazne podatke: položaj ležajnih točaka i način oslanjanja membrane na komplementarnu (ležajnu) konstrukciju. Tlocrtni položaji svih ležajnih točaka skicirani su na kartonskoj podlozi na koju se zatim postavlja i učvršćuje tkanina u početni položaj (u ravnini podloge) (slika 13.).

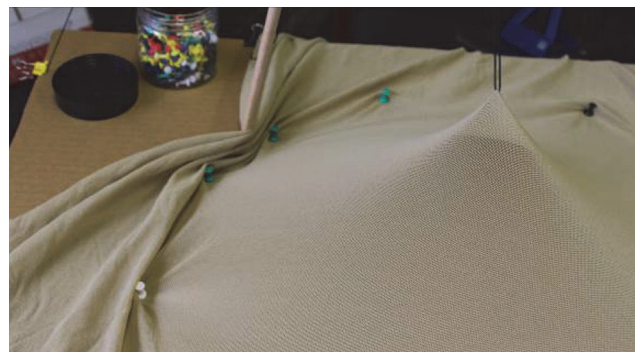
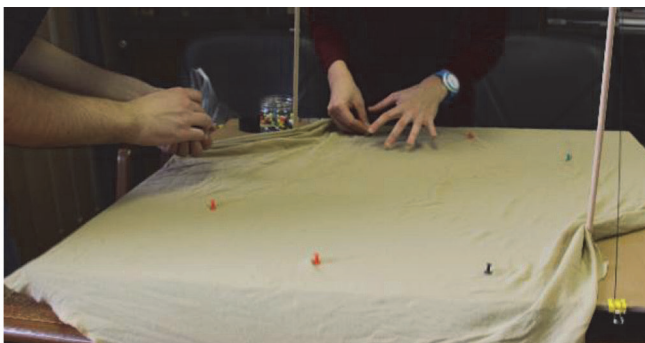
Za netrivialnu mrežu koja nije u ravnini minimalan je broj ležajnih točaka četiri, pri čemu jedna od njih ne smije biti u ravnini ostale tri. Time je uvjetovan sedlasti ravnotežni oblik vlačne konstrukcije, odnosno njezin ravnotežni položaj opisuje ploha dvostruke zakrivljenosti. Sljedeći je korak u izradi modela podizanje membrane izvan ravnine podloge, koja je ujedno ravnina nekih ležajnih točaka (slika 14.). Visoke ležajne točke mjesta su oslanjanja na stupove, spoja s kabelima oslonjenih na stupove ili pak tkanina ima zaobljene kontinuirane ležajeve.

Visoka ležajna mjesta dodatno se učvršćuju šivanjem platna oko vrhova stupova ili uzduž lukova. Stupovi i lukovi komplementarna su konstrukcija koja u realnom statičkom sistemu preuzima znatne ležajne reakcije, te su stoga stupovi stabilizirani zategama, a temelje lukova i stupova oponašali su komadi stiropora koje je trebalo lijepiti ili šivati za podlogu.

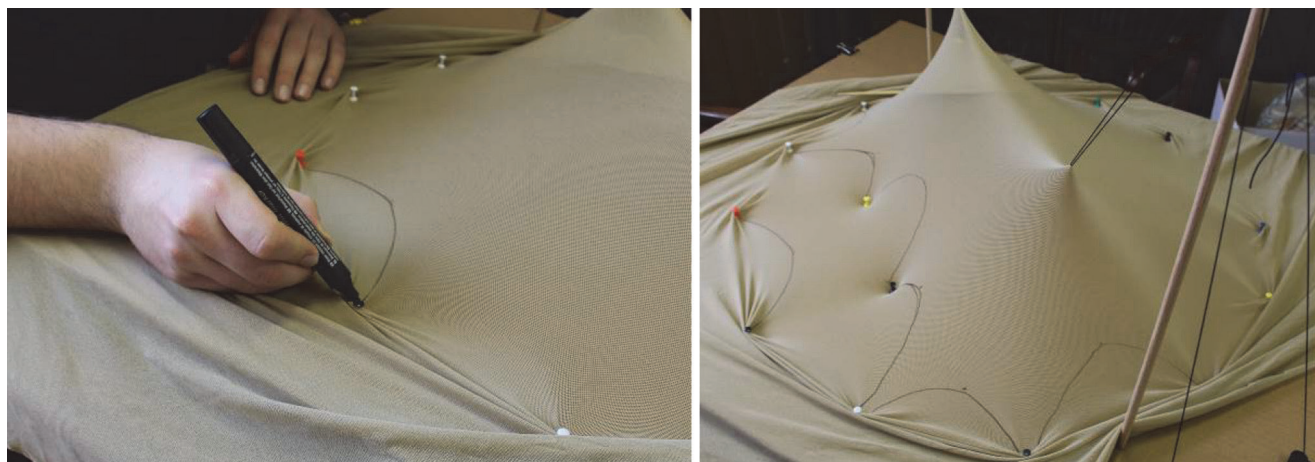
Nakon postizanja glatke plohe, višak se tkanine reže uz zaoblženje nabora tkanine i područja s premalom napetošću (slika 15.). Konačni oblik prikazan je na slici 16.



Slika 13. Izrada fizičkih modela vlačnih konstrukcija: označavanje položaja ležajnih točaka i početni položaj tkanine

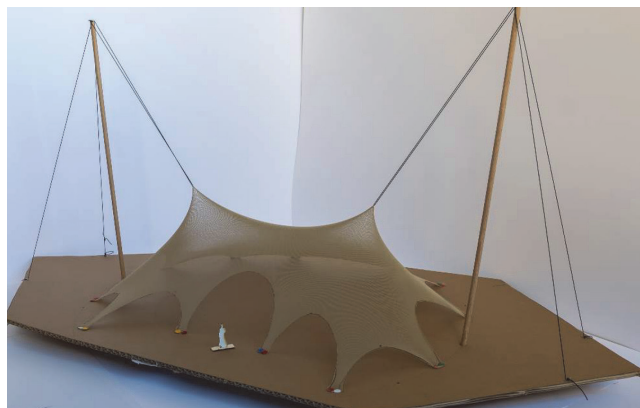


Slika 14. Izrada fizičkih modela vlačnih konstrukcija: podizanje visokih ležajnih točaka



Slika 15. Izrada fizičkih modela vlačnih konstrukcija: definiranje rubnih krivulja modela

Postupak je ponekad zahtijevao "ručnu iteraciju" zbog potrebe promjene ležajnih mjesta ili oblika ležajeva radi oblikovanja antiklastične plohe bez opuštenih mjesta. No s istim se problemima susreću projektanti tražeći oblik vlačne konstrukcije numeričkim modelom.



Slika 16. Izrada fizičkih modela vlačnih konstrukcija: konačan oblik (izradili: I. Ladavac Jančin, E. Šamec i P. Gidak)

5. Numerički model vlačne konstrukcije

5.1. Odabir numeričkoga modela

Nakon pronalaska oblika pomoću fizičkoga modela studenti su se okušali i u izradi numeričkoga modela. Pri izradi nosivoga sistema rabljena je tkanina koju ne treba krojiti, stoga se ne može tvrditi da dobiveni fizički modeli u potpunosti odgovaraju oblicima membranskih konstrukcija. S druge strane, modele se ne može proglasiti niti prednapetim kabelskim konstrukcijama. Ipak, nalaženje njihova oblika približno se može svesti na nalaženje oblika kabelske konstrukcije, budući da se pri pronalaženju njezina oblika membrani može pristupiti kao plohi ili plohu diskretizirati kabelskim elementima (pritom svjesno prihvaćajući određenu razinu netočnosti ravnotežnoga oblika). U praksi se za nalaženje oblika membranskih konstrukcija nerijetko rabi analogija s mrežom kabela u kojoj su kabeli poravnani sa

smjerovima osnove i potke (engl. *warp and weft direction of threads*). Analogija se može primijeniti budući da su smjerovi osnove i potke međusobno neovisni, te je stoga naprezanje u smjeru osnove uzrokovano isključivo modulom elastičnosti i deformacijom u tom smjeru. Elementi kabela predstavljaju poligonalne elemente nastale diskretizacijom membrane na vrpce određenih širina, u oba smjera. Ponešto o utjecaju gustoće diskretizacije na točnost aproksimacije može se pronaći u radu [16]. Nakon što se oblik pronađe nekom od postojećih metoda (poput metoda gustoća sila ili dinamičke relaksacije ili neke od metoda matrice krutosti [17]) dobivene vrijednosti sila u kabelima predstavljaju vrijednosti rezultanti naprezanja koja djeluju na definiranim širinama vrpca membrane. Često se i komercijalni računalni programi (primjerice *EASY* [18]) koriste opisanom metodologijom.

Za nalaženje oblika mreže kabela na nastavi upotrijebljen je (prije razvijen) izvorni računalni kod [13, 19] kojim je proračun, utemeljen na metodi gustoća sila, proveden u matematičkom računalnom programu *SageMath* [20]. Zbog lakšega generiranja ulaznih podataka (za što je uvijek bolje odabrati metodu s lakom grafičkom provjerom podataka) za određivanje topologije mreže i rubnih uvjeta upotrebljava se 3D CAD program *Rhinoceros* s pripadajućim programom za vizualno programiranje *Grasshopper* [21]. Izradi vlastitih materijala pribjeglo se zbog nedostatka alata za nalaženje oblika koji se temelje na iteracijskoj primjeni metode gustoća sila i omogućuju interaktivno zadavanje geometrije. Dostupni se alati (primjerice [22]), da li samostalni ili kao dodaci za *Rhino/Grasshopper*, za nalaženje oblika uglavnom koriste metodom dinamičke relaksacije ili jednokoračnom metodom gustoća sila.

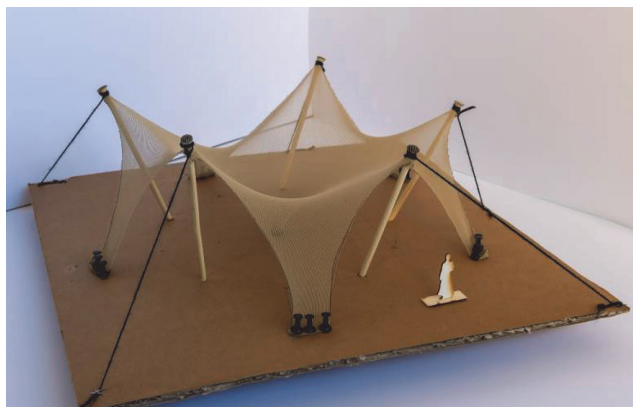
5.2. Određivanje topologije mreže i rubnih uvjeta

Prije je rečeno da metoda gustoća sila ne zahtijeva odabir početnih koordinata čvorova mreže već se temelji na pretpostavci da je omjer vrijednosti sile i duljine kabelskoga elementa unaprijed zadan. Stoga je za nalaženje oblika dovoljno poznavati topologiju mreže (povezanost čvorova), odrediti koji

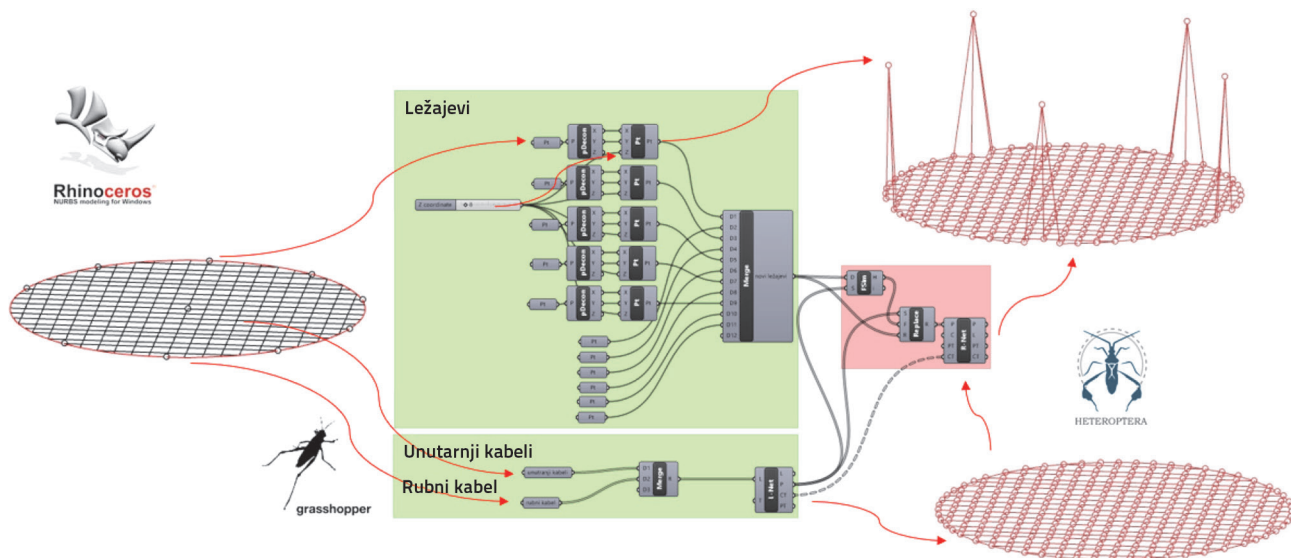
su čvorovi ležajni te zadati njihove željene položaje kao i iznose gustoća sila elemenata mreže.

Kako bi se studentima omogućilo interaktivno zadavanje ulaznih parametara (i njihova grafička provjera) pripremljena je takozvana skripta (naredbena datoteka, programski dodatak, engl. *script*) u programu za vizualno programiranje *Grasshopper* (GH) pomoću koje, kao što je prikazano na slici 18. za model sa slike 17., studenti lako mogu pridružiti svoju početnu definiciju mreže iz 3D CAD alata *Rhinceros* te manipulirati položajem ležajnih uvjeta, slika 19. U tom slučaju, a da bi se u GH skripti definirala topologija mreže, treba po volji odabrati početne koordinate čvorova mreže (najčešće u tlocrtnoj ravnini, ponajprije za prikaz topologije).

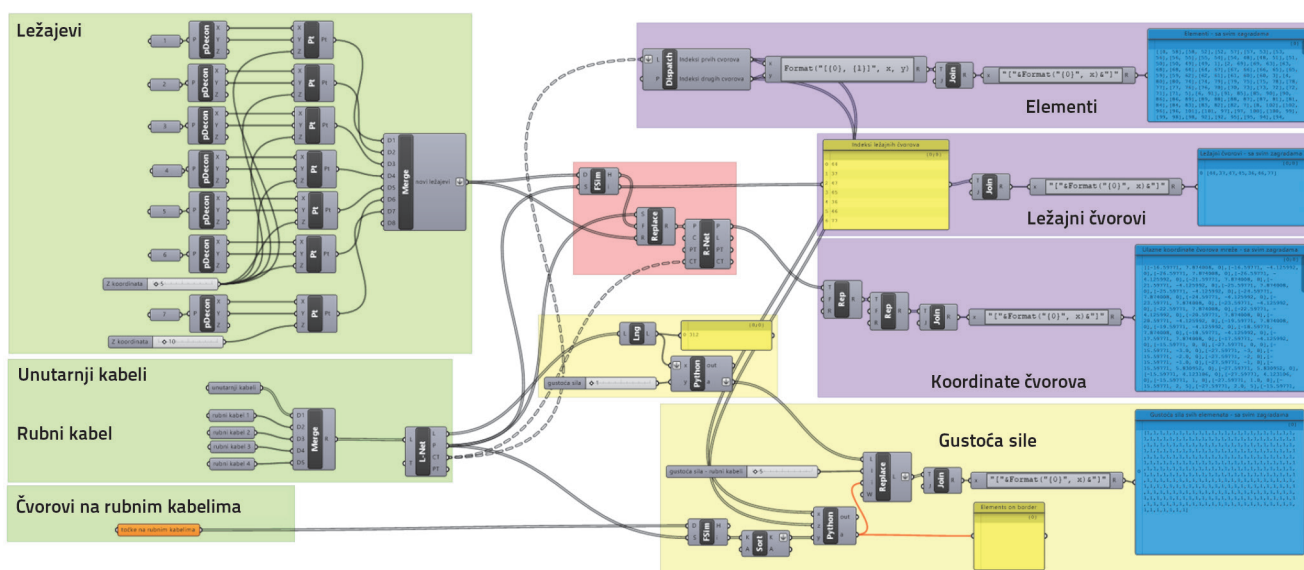
Kako bi se iz odabranih kabela uspostavila mreža elemenata s pripadnim čvorovima, bez potrebe da se mnogobrojni elementi



Slika 17. Fizički model 1. (izradili: K. Drolulja, T. Dučić, M.-P. Dušati, A. Dvorski, R. Filipović)



Slika 18. Pridruživanje nacrane geometrije te interaktivno zadavanje položaja ležajnih točaka



Slika 19. Skripta GH za pridruživanje CAD geometrije i pripremu ulaznih podataka za SageMath

crtaju, upotrebljava se komponenta *Network from Lines* koja se može pronaći u dodatku (engl. *plug-in*) za GH *Heteroptera* [23]. Čvorovima, koji su definirani kao ležajni, interaktivno se može pridružiti novi položaj, izvan početne xy ravnine, a moguće ih je i promijeniti ili dodati nove. Pomoću komponente *Rebuild Network*, iz istoga dodatka, mreža se osvježava u skladu sa zadanim promjenama koordinata ležajnih točaka. Na taj se način, promjenom koordinata ili odabirom te dodavanjem novih ležajnih točaka, izravno osvježavaju i izlazni podaci potrebni za pronalaženje oblika metodom gustoća sila, a prikazani su u plavim pravokutnicima na slici 19. Opisani način manipuliranja ulaznim podacima pregledan je i jednostavan te se zbog njegove vizualne prirode lako uočava moguća pogreška.

U ovom je radu u svim primjerima za gustoću sila unutarnjih elementa odabrana jedinična vrijednost, dok je elementima rubnih kabela vrijednost gustoća povećavana ovisno o željenoj napetosti pojedinoga ili svih rubnih kabela (žuta grupa GH komponenata na slikama 19. i 22.

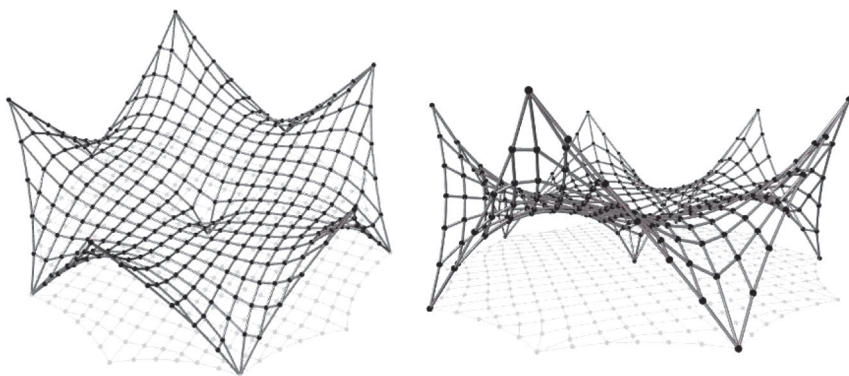
Kad je skripta za GH definirana, mogu se brzo dobiti potrebne ulazne podatke za bilo koju mrežu, s manjim modifikacijama ovisno o broju ležajnih čvorova.

5.3. Nalaženje oblika

Izlazni se podaci skripte za GH (sadržaji plavih pravokutnika) upisuju kao ulazni podaci (tipa lista) funkcije za nalaženje oblika u programu *SageMath*. Sučelje je funkcije za nalaženje ravnotežnoga oblika:

```
def FDM (nodes, elems, supports, qs)
```

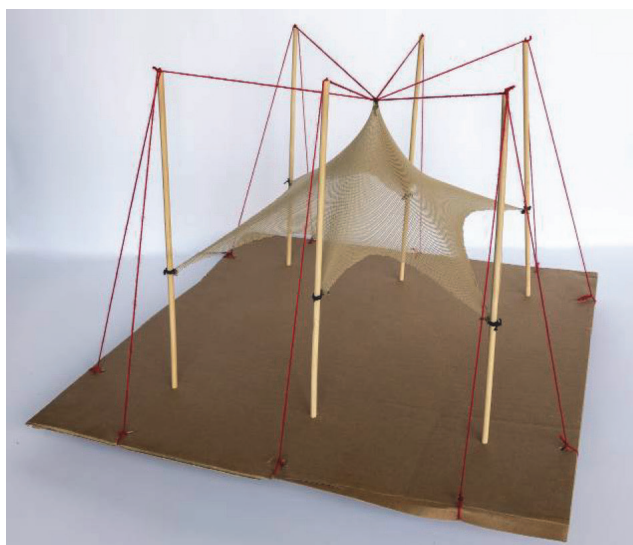
gdje su *nodes* lista koordinata čvorova, *elems* lista elementa, *supports* lista indeksa ležajnih čvorova te *qs* lista gustoća sila. Funkcija vraća koordinate čvorova ravnotežnoga položaja mreže, koje je moguće učitati u 3D CAD alat te uz poznatu topologiju mreže prikazati pronađeni oblik (izvorni programski kod u *SageMath*-u sadrži funkciju za grafički prikaz ravnotežne mreže, ali složenija manipulacija grafičkoga prikaza zahtijeva intervenciju korisnika u programski kod). Ravnotežni položaj modela 1., pronađen pomoću dane funkcije, prikazan je na slici 20.



Slika 20. Ravnotežni položaj modela 1.

5.4. Ograničenja duljina i vrijednosti sila u elementima

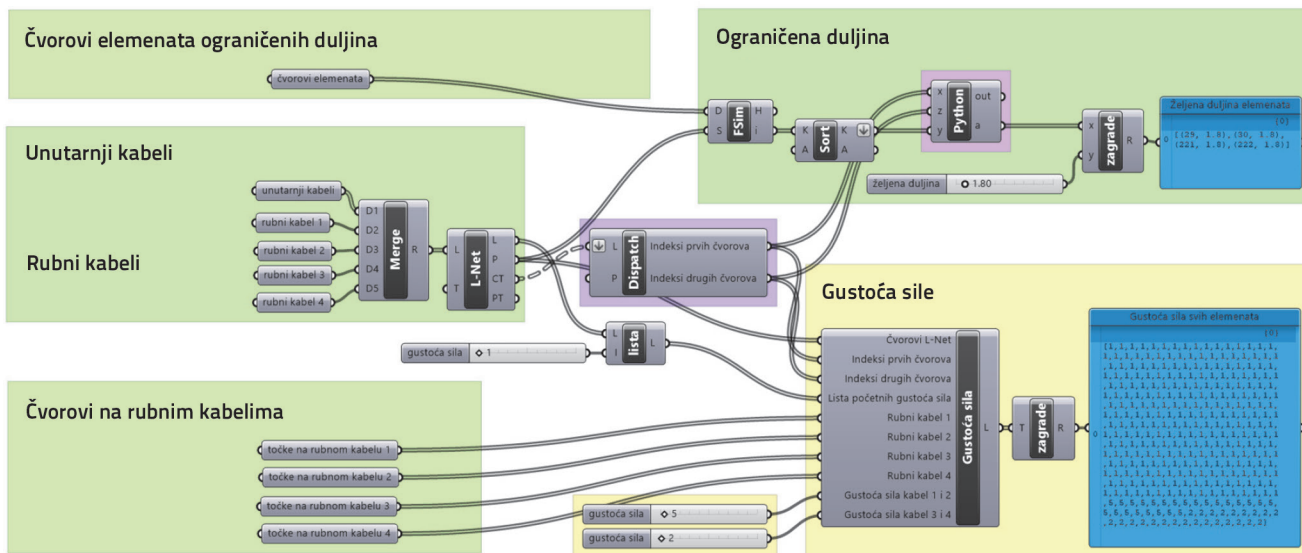
Pronalazak ravnotežnoga položaja ne jamči rješenje koje je ujedno i konstrukcijski zadovoljavajuće, to jest primjenjivo. Iako pomoću gustoća sila pojedinih kabela možemo donekle utjecati na oblik mreže (vrijednost sile u elementu najčešće se povećava s povećanjem gustoće sile), duljine elemenata povezanih s rubnim kabelom ili fiksnim rubom često su neprimjerene te se čvorovi neželjeno grupiraju na premalim razmacima (ili su, rjeđe, razmaci između čvorova preveliki). Tome se može doskočiti zadavanjem dodatnih početnih uvjeta (ograničenja) poput željenih duljina elemenata ili vrijednosti sila u pojedinim elementima mreže ili uzduž čitavoga kabela.



Slika 21. Fizički model 2. (izradili: F. Pigac, M. Pintarić, K. Ramljak, M. Repić, M. Vujeva)

Numeričkom modelu modela 2. (slika 21.), a riječ je o konstrukciji s visokom (središnjom) ležajnom točkom, rubnim su kabelima zadane različite gustoće sila, veće u smjeru y (slika 22.), kako bi se dobio oblik što bliži obliku fizičkoga modela.

Dobiveni ravnotežni položaj (slika 25. lijevo), iako sličan prvotnome modelu, ne zadovoljava zbog velike duljine elemenata koji su povezani s visokom točkom. Stoga je elementima spojenima u visoku točku ograničena duljina zadavanjem željenih duljina kao početnim uvjetima. Pritom je u skriptu (slika 23. dodan programski kod (GH komponenta) u jeziku Python koji omogućava lakše zadavanje dodatnih uvjeta, jer treba pronaći indekse elemenata kojima se neki od uvjeta pridružuje (slika 23.). Traženje oblika uz dodatna ograničenja provodi se funkcijom na slici 24., gdje su `fcs` i `lcs` liste parova indeksa elemenata



Slika 22. Skripta GH za zadavanje različitih vrijednosti gustoća sile rubnih kabela i ograničenja duljina elemenata

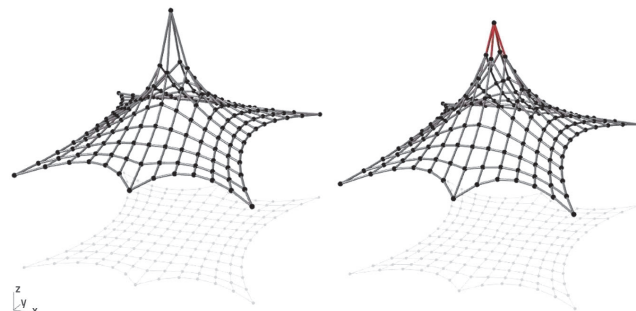
i traženih vrijednosti sila ili duljina elemenata, a očitavaju se iz pravokutnika skripte za GH na slici 22.

se u svakom koraku gustoća sile mijenja kao omjer tražene vrijednost sile i duljine ostvarene u prethodnom koraku ili kao omjer sile ostvarene u prethodnom koraku i tražene duljine [13], što u konačnici vodi do ispunjenja željenoga početnog uvjeta (ponekad se postavljeni početni uvjet ne može ispuniti iz numeričkih ili fizikalnih razloga).

```

1  __author__ = "P. Gidak, E. Šamec, K. Fresl"
2  __version__ = "2020.07.12"
3
4
5  import rhinoscriptsyntax as rs
6
7  elementOnBorder=[]
8  firstNode=x
9  secondNode=z
10 borderNodes=y
11
12 l1=len(firstNode)
13 l2=len(borderNodes)
14 for i in range(l1):
15     for j in range(l2):
16         if firstNode[i]==borderNodes[j]:
17             for k in range(l2):
18                 if secondNode[i]==borderNodes[k]:
19                     elementOnBorder.append(i)
20
21 print len(a)
22
23
    
```

Slika 23. Prilagođena GhPythonScript komponenta za nalaženje indeksa odabranih elemenata



Slika 25. Ravnotežni položaj za zadane gustoće sile i dodatno za zadana ograničenja duljina elemenata oko visoke ležajne točke – model 2.

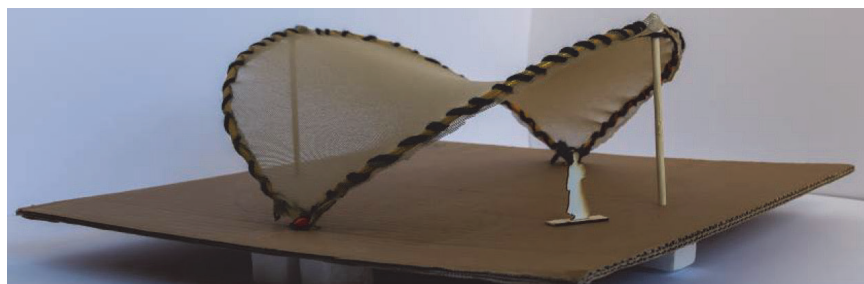
Funkcijom multistepFDM omogućena je iteracijska primjena metode gustoća sile u zadanom broju koraka (steps), pri čemu

```

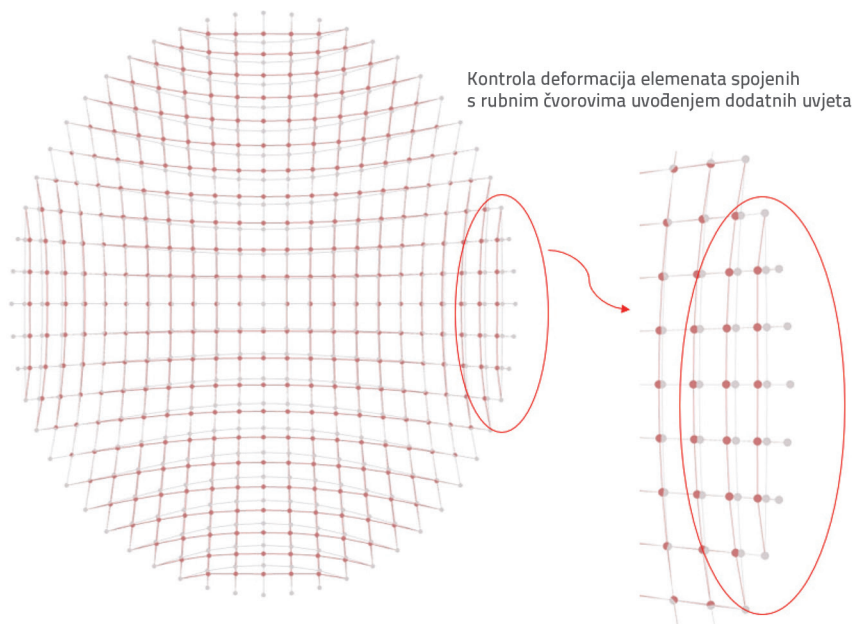
def multistepFDM (nodes, elems, supports, qs, fcs = [], lcs = [], steps = 250) :
    qs0 = copy (qs)
    ndof, tdof = table_of_nodal_DsOF (len (nodes), supports)
    nc = _FDM_d (ndof, tdof, nodes, elems, qs0)
    l = list_of_element_lengths (elems, nc)
    f = list_of_element_forces (l, qs0)
    for i in xrange (2, steps + 1) :
        for fj in fcs :
            qs0[fj[0]] = fj[1] / l[fj[0]]
        for lj in lcs :
            qs0[lj[0]] = f[lj[0]] / lj[1]
        nc = _FDM_d (ndof, tdof, nodes, elems, qs0)
        l = list_of_element_lengths (elems, nc)
        f = list_of_element_forces (l, qs0)
    return (nc, f, qs0)
    
```

Slika 24. Definicija programske funkcije multistepFDM

Novi ravnotežni položaj, pronađen pomoću funkcije multistepFDM, sa smanjenim duljinama elemenata spojenih s visokom ležajnom točkom (označenih crvenom bojom na slici 25. desno) bliži je zadovoljavajućemu rješenju od prethodnoga. Kažemo bliži, jer je traženje oblika zahtjevan iteracijski proces u kojem treba pronaći statički učinkoviti oblik koji zadovoljava različita zadana arhitektonska i konstrukcijska ograničenja imajući pritom na umu utjecaj oblika konstrukcije na planiranu komplementarnu konstrukciju.

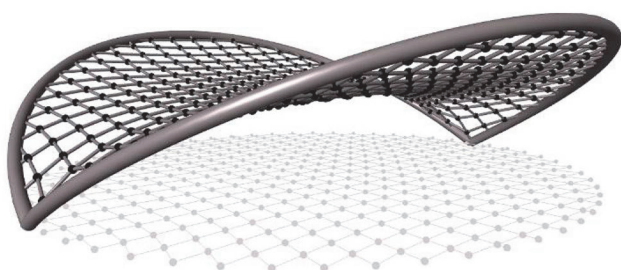


Slika 26. Fizički model 3. (izradili: S. Omanović, D. Ostrun, T. Pahljina, I. Pavlaković, D. Percan)



Slika 27. Model 3.: utjecaj kombinacije uvjeta zadanih duljina i nerastegnutih duljina elemenata na konačni oblik mreže (nova dispozicija označena sivom bojom)

Na isti način moguće je ograničiti i vrijednosti sila u pojedinim elementima ili uzduž kabela. Funkcija `multistepFDM` može se i proširiti zadavanjem nerastegnute duljine elemenata. Uvođenje nerastegnutih duljina u funkciju za nalaženje oblika prikazano je u radu [24], a do sada nije korišteno u nastavi.



Slika 28. Ravnotežni položaj – model 3.

Takva vrsta uvjeta bila bi prikladna za primjenu primjerice kod modela 3. (slika 26.) u kojemu mrežu, zbog fiksnog ruba konstrukcije, ne možemo kontrolirati povećanjem gustoća

sila u rubnim kabelima ili zadavanjem željenih duljina elemenata. Duljine elemenata spojenih s fiksnim rubom nastale nalaženjem ravnotežnoga oblika, vidljive na slici 27. (elementi i čvorovi prikazani crveno), moguće je kontrolirati kombinacijom uvjeta duljina tih elemenata te zadavanjem nerastegnutih početnih duljina unutarnjih elemenata mreže, što rezultira zadovoljavajućim rješenjem prikazanim na slici 27. (elementi i čvorovi prikazani sivo) i slici 28.

Fotografije: zahvaljujemo se Karlu Jandriću, mag. ing. aedif., na uloženom trudu prilikom snimanja fotografija sa slika 16., 17., 21. i 26.

6. Zaključak i najava

Umjesto zaključka navodimo riječi studentice (ujedno i koautorice rada) koja je sudjelovala u nastavi kolegija Građevna statika 2. u akademskoj godini 2019./2020. prilikom obrade teme traženja oblika vlačnih konstrukcija izradom fizičkog modela.

“Izrada fizičkoga modela u sklopu nastave naišla je, u najmanju ruku, na sveopću zainteresiranost i oduševljenje. U nedostatku praktične nastave na preddiplomskom studiju neophodna teorijska znanja napokon su dobila priliku biti primijenjena. Interes, motivacija i zalaganje studenata dosegli su jednu novu razinu, poprimili novo obličje. Ideja vlačnih konstrukcija impresivna je sama po sebi, a koliko je tek impresivno vlastitim rukama podići jedno takvo zdanje (makar umanjeno). Evolucija elastične mrežaste tkanine u prednapetu vlačnu konstrukciju potakla je timski rad i probudila inženjere u studentima. Znanja usvojena na kolegiju dobila su svoju manifestaciju. Ravnotežni oblik mreže postao je više od “zadovoljenih nezavisnih uvjeta ravnoteže”.

Poznata su pravila kojima je definiran pristup i izrada vlačnih konstrukcija. Pravila su jednoznačna i jasna sve do trenutka podizanja membrane izvan ravnine podloge, kad se javlja problem sa zadovoljenjem temeljnoga pravila prilikom traženja oblika – izbjeći nabiranje tkanine. Uslijedile su promjene ležajnih točaka, natezanje tkanine, variranje napetosti zatega kako bi sva svojstva vlačnih konstrukcija bila zadovoljena. Upravo je “ručno iteriranje” bilo ključno za razumijevanje prednapona i zanemarive fleksijske krutosti zbog koje se kod ovih konstrukcija u presjecima ne pojavljuje moment savijanja niti poprečna sila. Apstraktno je sve do trenutka kada postaje oku vidljivo i rukom ostvareno. Navlačiti tkaninu radi simulacije vlačne membrane

znači razumjeti zašto se vanjska opterećenja prenose njezinom (pred)napetošću i razumjeti ključ nosivosti vlačnih konstrukcija. Osjetiti vlak pod rukom znači shvatiti zašto je konstrukcija upravo vlačna konstrukcija.

vlačnih konstrukcija. Osvijestilo je inženjera u studentima te potaknulo zanimanje za te impozantne konstrukcije izgled i projektiranje kojih predstavljaju odmak od konvencionalnih građevina.”



Slika 29. Izrada fizičkih modela vlačnih konstrukcija na kolegiju Građevna statika 2.

Traženje oblika vlačnih konstrukcija na nastavi na Građevinskom fakultetu zahtijevalo je motiviranost, spretnost, snalažljivost, kreativnost te razumijevanje načela nosivosti

(nadamo se) doprinijeti. Radionici će moći pristupiti studenti 3. godine preddiplomskoga studija te studenti diplomskoga studija Građevinskoga fakulteta.



Slika 30. Izložba radova studenata u ulaznom prostoru AGG fakulteta (veljača 2020.)

LITERATURA

- [1] Linkwitz, K., Schek, H.J.: Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv*, 40 (1971), pp. 145-158.
- [2] Schek, H.J.: The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 3 (1974), pp. 115-134.
- [3] Maurin, B., Motro, R.: The surface stress density method as a form-finding tool for tensile membranes, *Engineering Structures*, 20 (1998) 8, pp. 712-719.
- [4] Uroš, M., Gidak, P., Lazarević, D.: Optimization of stadium roof structure using force density method, *Proceedings of the third international conference on structures and architecture (ICSA2016)- Structures and Architecture - Beyond their Limits / Paulo J.S. Cruz (ur.)*. Guimaraes: CRC Press/Balkema, Taylor & Francis Group, 2016. pp. 693-700

- [5] Vassart, N., Motro, R.: Multiparametered formfinding method: Application to tensegrity systems, *International Journal of Space Structures*, 14 (1999), 2, pp. 147-154.
- [6] Boulic, L., Schwartz, J.: Design strategies of hybrid bending-activ systems based on graphic statics and a constrained force density method, *IASS Annual Symposium 2018 - Creativity in Structural Design*, Boston, 2018.
- [7] López López D., Veenendaal D., Akbarzadeh M. and Block P. Prototype of an ultra-thin, concrete vaulted floor system, *Proceedings of the IASS-SLTE 2014 Symposium, Brasilia, Brazil, 2014*.
- [8] Dvornik, J., Lazarević, D.: Prednapregnute gipke konstrukcije od užadi i tkanine, *Građevinar*, 47 (1995) 4, pp. 185-199.
- [9] Dvornik, J., Lazarević, D.: Viseće konstrukcije od platna i užadi, *Građevni godišnjak 97*, Veselin, Simović (ur.), Zagreb: Hrvatsko društvo građevinskih inženjera, 1997. pp. 239-297.
- [10] Dvornik, J., Lazarević, D., Bičanić, N.: O načelima i postupcima proračuna građevinskih konstrukcija, *Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet*, 2019.
- [11] Fresl, K.: Primjena višemrežnih metoda u oblikovanju i proračunu konstrukcija od platna i užadi, *Doktorska disertacija*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1998.
- [12] Gidak, P.: Ocjena stabilnosti postupaka za proračun oblika prednapetih mreža, *Doktorska disertacija*, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2014.
- [13] Fresl, K., Gidak, P., Vrančić, R.: Poopćene minimalne mreže u oblikovanju prednapetih konstrukcija od užadi, *Građevinar*, 65 (2013) 8, pp. 707-720.
- [14] Lazarević, D., Gidak, P., Uroš, M.: Tensegrity Structure at the Dubrovnik Airport: Idea and Design, *Extended Abstracts International Symposium of the International Association for Shell and Spatial structures (IASS)* / Zhang, Q., Yang, L., Hu, Y. (ur.), Shanghai: China, Architecture & Building Press, 2010. str. 463-464
- [15] Dvornik, J., Lazarević, D.: Fractals and formfinding - magic with real numbers, *Engineering Modelling*, 16 (2003) 1-2, pp. 1-11.
- [16] Šamec, E., Gidak, P., Fresl, K.: Analiza utjecaja gustoće mreže kabela na sličnost minimalne plohe i mreže prednapetih kabela, *10. susret Hrvatskog društva za mehaniku*, Slavonski Brod, 2020.
- [17] Veenendaal, D., Block, P.: An overview and comparison of structural form finding methods for general networks, *International Journal of Solids and Structures*, 49 (2012) 20, pp. 3741-3753.
- [18] Strobel, D., Singer, P.: Computational Modelling of Lightweight Structures: Formfinding, Load Analysis and Cutting Pattern Generation, <https://www.technet-gmbh.com/produkte/easy/>.
- [19] Gidak, P., Fresl, K.: Programming the force density method, *IASS-APCS 2012, From spatial structures to space structures*, (ed. Seung Deog, K.), Seoul, South Korea, 2012, p. 197 (abstract, full paper on CD).
- [20] The Sage Developers: SageMath, the Sage Mathematics Software System, <https://www.sagemath.org/>, pristupljeno: 19.10.2020.
- [21] R. McNeel & Assoc.: Rhinoceros 3D, <https://www.rhino3d.com/>, pristupljeno: 19.10.2020.
- [22] Piker, D.: Kangaroo Physics, <https://www.food4rhino.com/app/kangaroo-physics>, pristupljeno 19.10.2020.
- [23] Bahrami, A.: Heteroptera, <https://www.food4rhino.com/app/heteroptera>, pristupljeno: 19.10.2020.
- [24] Šamec, E., Fresl, K., Gidak, P.: An Extended Linear Procedure for Constrained Form Finding, *IASS Annual Symposium 2019 - Structural Membranes 2019*, Barcelona, 2019.
- [25] Stručna praksa na Građevinskom fakultetu GRASP, https://www.grad.unizg.hr/djelatnost/projekti/europski_socijalni_fond, pristupljeno 11.1.2021.