

Primljen / Received: 18.6.2015.

Ispravljen / Corrected: 10.9.2015.

Prihvaćen / Accepted: 19.9.2015.

Dostupno online / Available online: 10.11.2015.

# Numerički model za analizu prednapetih provješenih mostova

## Autori:

Prof. dr. sc. **Jure Radnić**, dipl.ing. građ.

Sveučilište u Splitu

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
jure.radnic@gradst.hrProf. dr. sc. **Domagoj Matešan**, dipl.ing. građ.

Sveučilište u Splitu

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
domagoj.matesan@gradst.hr**Domagoj Buklijaš-Kobojević**, mag.ing. aedif.

Sveučilište u Splitu

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije  
domagoj9638@gmail.com

Pregledni rad

**Jure Radnić, Domagoj Matešan, Domagoj Buklijaš-Kobojević**

## Numerički model za analizu prednapetih provješenih mostova

U radu je prikazan razvijeni numerički model za analizu prednapetih provješenih mostova opterećenih kratkotrajnim statičkim, dinamičkim i dugotrajnim opterećenjima i djelovanjima. Model simulira najvažnije nelinearne efekte ponašanja takvih konstrukcija, uključujući nelinearno ponašanje građiva, promjene geometrije konstrukcije, nastajanje konstrukcije u fazama, prednapinjanje i sl. Prikazana su osnovna rješenja provješenog mosta preko rijeke Cetine kod Zadvarja, te neki rezultati njegovog proračuna s pomoću razvijenog numeričkog modela.

### Ključne riječi:

provješeni most, numerički model, statička analiza, dinamička analiza, analiza za dugotrajno opterećenje i djelovanje

Subject review

**Jure Radnić, Domagoj Matešan, Domagoj Buklijaš-Kobojević**

## Numerical model for analysis of stress-ribbon bridges

A newly developed numerical model for the analysis of stress-ribbon bridges under the short-term (static and dynamic) and long-term loads and actions is presented in the paper. The model can simulate main nonlinear effects of the behaviour of these structures, including nonlinear behaviour of materials, change in the structure geometry, phased construction, prestressing, etc. Basic solutions for the stress-ribbon bridge over the Cetina River near Zadvarje, and some results of its analysis using the developed numerical model, are presented.

### Key words:

stress-ribbon bridge, numerical model, static analysis, dynamic analysis, analysis for long-term loading and actions

Übersichtsarbeit

**Jure Radnić, Domagoj Matešan, Domagoj Buklijaš-Kobojević**

## Numerisches Model zur Analyse von Spannbandbrücken

Indieser Arbeit wird ein numerisches Model dargestellt, das zur Analyse von Spannbandbrücken unter kurzfristigen statischen und dynamischen sowie unter langfristigen Lasten und Einwirkungen entwickelt wurde. Das Model simuliert die wichtigsten nichtlinearen Effekte des Verhaltens solcher Konstruktionen, einschließlich des nichtlinearen Materialverhaltens, der Veränderungen geometrischer Abmessungen, der einzelnen Entstehungsphasen des Tragwerks, des Vorspannens etc. Dabei sind die wichtigsten Lösungsvarianten der Spannbandbrücke über den Fluss Cetina bei Zadvarje dargestellt und auf dem entwickelten numerischen Model beruhende Resultate entsprechender Berechnungen erläutert.

### Schlüsselwörter:

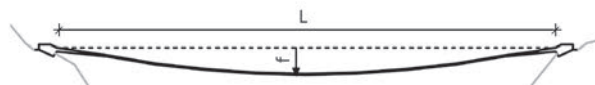
Spannbandbrücke, numerisches Model, statische Analyse, dynamische Analyse, Analyse für langzeitige Lasten und Einwirkungen

### 1. Uvod

Mostovi napete trake (eng. *stress ribbon bridges*) ili tzv. provješeni mostovi ubrajaju se među najstarije tipove mostova. Kod takvih je mostova glavna rasponska konstrukcija (lančanica) ujedno i kolnička konstrukcija. Suvremeni mostovi takvog nosivog sustava počinju se graditi od sredine prošlog stoljeća. Prema rješenju glavne rasponske konstrukcije, mogu se svrstati uglavnom u dvije skupine. U prvoj su skupini jednostavnija konstrukcijska rješenja s dvije natege ili čelične lančanice na koje je naslonjena kolnička ploča. Takvi sustavi imaju malu savojnu krutost, veliku deformabilnost te veliku osjetljivost na dinamička opterećenja. U drugoj su skupini suvremena rješenja kod kojih su nosive natege smještene unutar prednapete armiranobetonske kolničke ploče, s kojom su povezani kontinuirano ili točkasto. Takvi su sustavi savojno i torzijski kruti, manje deformabilni i manje osjetljivi na dinamička opterećenja.

Uobičajeni odnos provjesa ( $f$ ) i raspona ( $L$ ) provješeneog mosta je  $f/L = 0,02$  do  $0,03$  (slika 1.). Zbog uvjeta uporabljivosti, maksimalni uzdužni nagib nivelete provješeneih pješačkih mostova najčešće se uzima do 12 %. Većina izvedenih prednapetih provješeneih mostova namijenjena je samo pješačko-biciklističkom prometu. Razlog tome je značajni lom nivelete mosta iznad oslonaca te problemi prekomjernih pomaka i vibracija pri prolasku teškog vozila.

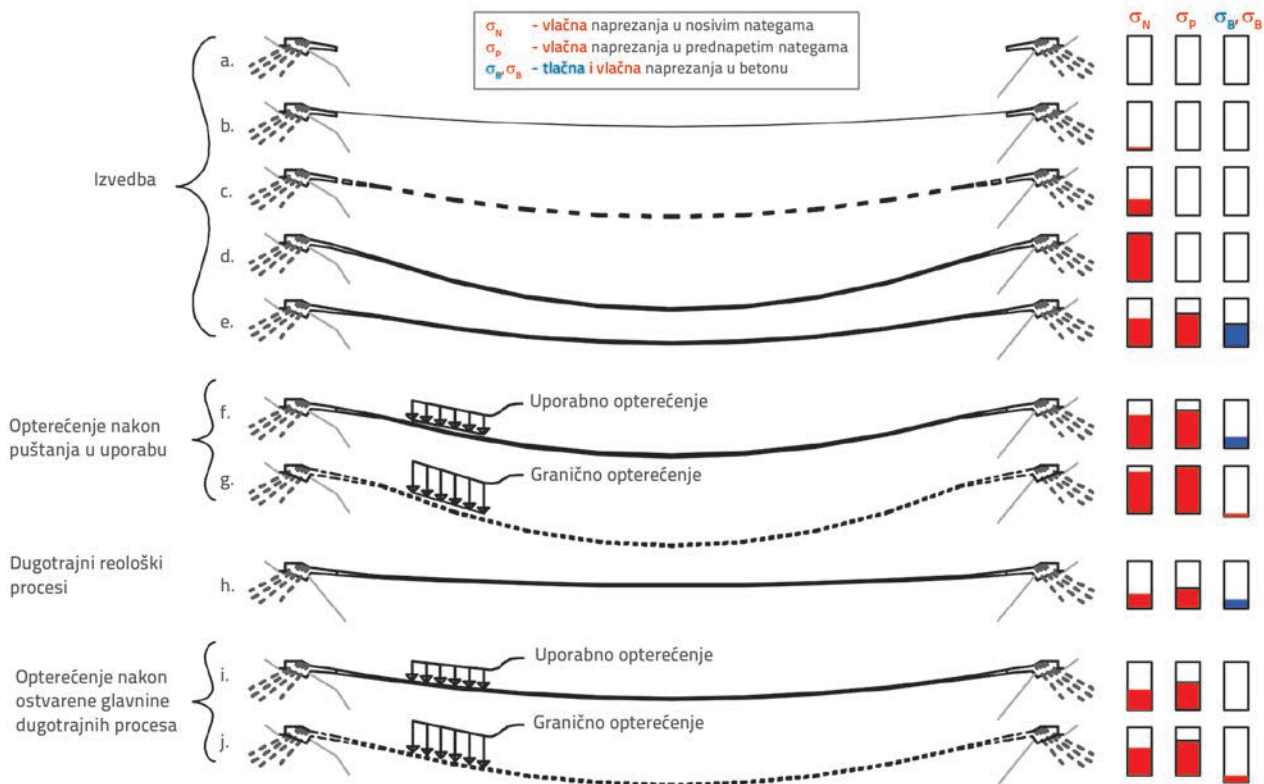
Osnovna prednost provješeneih mostova je njihova racionalnost, brza polumontažna izgradnja, povoljan izgled, minimalne dimenzije nosive konstrukcije, skladno uklapanje u okoliš, racionalno održavanje i minimalno zadiranje u okoliš pri izgradnji. Nedostaci su im velika deformabilnost, osjetljivost na vibracije i velike horizontalne sile na upornjacima.



Slika 1. Tipični provješeni most

Zbog svoje specifičnosti i male zastupljenosti, projektiranjem i realizacijom prednapetih provješeneih mostova bavi se vrlo mali broj stručnjaka. Ideju za prvi suvremeni betonski provješeni most dao je poznati njemački inženjer Ulrich Finsterwalder 1958. za rješenje mosta preko Bospora. Najveći projektant i graditelj prednapetih provješeneih mostova je Jiri Strasky [1]. On je koncem prošlog stoljeća razvio uspješnu polumontažnu izgradnju takvih mostova, sa sljedećim fazama izvedbe:

- izgradnja donjeg ustroja
- razapinjanje nosivih natega
- montaža predgotovljenih betonskih ploča, prednapetih natega i dopunske klasične armature kolničke ploče
- monolitizacija polumontažnih elemenata kolničke ploče
- napinjanje natega i injektiranje (slika 2.).



Slika 2. Faze izvedbe i promjena naprezanja u nosivoj konstrukciji mosta

Pri gradnji provješanog mosta mijenja se njegov poprečni presjek i nosivi sustav, a tijekom vremena se mijenjaju naprezanja u betonu, klasičnoj armaturi i nategama zbog reoloških efekata betona (slika 2.). U fazi izvedbe rasponskog sklopa, cjelokupnu težinu predgotovljenih betonskih ploča, monolitnog betona, armature i natega preuzimaju nosive natege kao čiste lančaniće. Prohib lančaniće je manji što je njen početni provjes ( $f$ ) veći i što je manje ukupno stalno opterećenje.

Nakon stvrdnjavanja monolitnog betona i napinjanja prednapetih natega, povećava se krutost i nosivost rasponskog sklopa. Pri napinjanju prednapetih natega dolazi do odizanja nivelete mosta (smanjenja provjesa) i do pada sile u nosivim nategama. Prednapinjanje se može izvoditi u fazama, s tim da se prva faza obavi što prije radi smanjenja raspucavanja od djelovanja skupljanja i opterećenja vjetra. Nakon konačnog prednapinjanja, beton treba imati dovoljno tlačnog prednapona da se u njemu izbjegne pojava vlaka (raspucavanje) pri uporabnim opterećenjima. U graničnom stanju se u betonu mogu očekivati pukotine, naročito na spoju mosta s osloncima. Taj dio mosta je vrlo opterećen, pa njegovom oblikovanju i proračunu treba posvetiti posebnu pažnju. Naime, ponašanje mosta uz oslonce je bliže ponašanju konzole, a prema sredini mosta bliže ponašanju lančaniće. Širine pukotina uz oslonce se kontroliraju odabirom adekvatnog tipa oslonca, pažljivim oblikovanjem, adekvatnim armaturnim detaljima, povoljnim vođenjem natega itd. Neke moguće varijante oblikovanja rasponskog sklopa uz oslonce mogu se naći u [1].

Tijekom vremena dolazi do skupljanja i puzanja betona te relaksacije naprezanja u nategama. Zbog puzanja betona dolazi do smanjenja provjesa mosta. Cijeli proces rezultira padom ukupne sile prednapinjanja te preraspodjelom naprezanja u betonu, klasičnoj armaturi, prednapetim nategama i nosivim nategama. Kako se prednapinje vrlo mladi monolitni beton (beton predgotovljenih betonskih ploča je stariji), utjecaj puzanja betona je značajan. Budući da monolitni beton puže više od predgotovljenog, on predaje dio svog početnog naprezanja predgotovljenom betonu i klasičnoj armaturi. U prednapetim i nosivim nategama dolazi do pada sile zbog njihovog skraćanja uslijed smanjenja provjesa mosta. Zbog pada sile u nosivim nategama, prednapete natege preuzimaju dio vlastite težine mosta od nosivih natega.

Značajan problem prednapetih provješanih mostova stvaraju njihove prekomjerne vibracije i pomaci, uzrokovani prometnim opterećenjem i vjetrom. Provješani most se može stabilizirati promjenom omjera krutosti i mase mosta, povećanjem mase rasponske konstrukcije i povećanjem prigušenja pri titranju mosta (ugradnjom prigušivača, adekvatnim konstrukcijskim detaljima i sl.). Globalni nosivi sustav mosta u vertikalnoj ravnini je najbliži lančanići, dok je u horizontalnoj ravnini najbliži obostrano rubno ukliještenom tankostijenom nosaču. Zbog male debljine rasponskog sklopa, mostovi napete trake imaju malu savojnu krutost u vertikalnoj ravnini. To rezultira značajnim pomacima pri prolasku koncentriranog opterećenja preko mosta (skupina ljudi ili neki teži teret). Most također mora imati dostatnu krutost

u horizontalnoj ravnini. Naime, torzijska i horizontalna savojna krutost mosta izravno utječu na njegovo ljuljanje i uvrtnje. Veća krutost rasponskog sklopa se postiže povećanjem širine mosta i pojačanjem rubova poprečnog presjeka kolničke ploče, a na većim rasponima ugradnjom dodatnih vanjskih natega. Preporučljivo je da torzijski i horizontalni (ljuljajući) mod vibracija mosta budu dovoljno udaljeni od prvih vertikalnih modova, kako ne bi došlo do njihova superponiranja. Također je preporučljivo da prvi modovi vibriranja budu izvan perioda pješačkog koraka. Iako taj drugi zahtjev često nije zadovoljen, kod mnogih mostova se pokazalo da su masa i unutarnje prigušenje dovoljni za njihovu stabilizaciju pri titranju. Da bi se smanjili problemi vezani za vibracije i aerodinamičnu stabilnost provješanih mostova, danas se koriste povoljni aerodinamični oblici poprečnog presjeka mosta i ispituje se njegovo ponašanje u vjetrovnim tunelima. Nažalost, u Hrvatskoj do sada nije realiziran ni jedan suvremeni provješani most.

S obzirom na veliku deformabilnost provješanog mosta, u njegov proračun treba uključiti geometrijsku nelinearnost (velike pomake). Za proračun ovih mostova na tržištu postoje brojni komercijalni računalni programi. Ipak, mali je broj onih koji pouzdano mogu modelirati njihovo stvarno ponašanje pod kratkotrajnim statičkim, dinamičkim i dugotrajnim opterećenjima i djelovanjima. Jedan model za prethodno (preliminarno) dimenzioniranje provješanih mostova dan je u [2]. Propise za projektiranje i proračun mostova sustava napete trake za sada ima samo Japan [3]. Neki istraživački radovi vezani za ove mostove dani su u [4-8].

U ovom je radu najprije prikazan razvijeni nelinearni numerički model za proračun provješanih mostova opterećenih kratkotrajnim statičkim, dinamičkim i dugotrajnim opterećenjem i djelovanjima. Model može pouzdano simulirati sve najvažnije nelinearne efekte ponašanja provješanih mostova pod navedenim opterećenjima i djelovanjima, uključujući utjecaje promjene geometrije sustava, prednapinjanje, fazno nastajanje konstrukcije, reološka svojstva betona, relaksaciju napetog čelika i sl. Potom su ukratko prikazana glavna rješenja projektiranog provješanog mosta preko kanjona Cetine kod Zadvarja, te prikazani neki rezultati njegovog proračuna s pomoću opisanog numeričkog modela. Na kraju su navedeni najvažniji zaključci istraživanja.

## 2. Opis razvijenog numeričkog modela

### 2.1. Općenito

Relevantni modeli za analizu provješanih mostova pod kratkotrajnim statičkim, dinamičkim i dugotrajnim opterećenjem i djelovanjem, koji trebaju pouzdano opisati njihovo stvarno ponašanje u uporabi i pri slomu, moraju adekvatno modelirati barem sljedeće:

- prostornu geometriju nosivog sustava i njegovu krutost,
- najvažnije nelinearne efekte ponašanja svih gradiva,
- promjenu geometrije konstrukcije pod opterećenjem (velike pomake),

- promjenu poprečnog presjeka i nosivog sustava mosta tijekom građenja, tj. fazno nastajanje konstrukcije,
- prednapinjanje, te
- vremenske efekte u betonu (puzanje, skupljanje, starenje) i prednapetom čeliku (gubici sile prednapinjanja).

Ovdje će se ukratko opisati razvijeni numerički model za analizu provješanih mostova koji može pouzdano simulirati sve prethodno navedene utjecajne faktore. Model je kompilacija i nadogradnja prethodno razvijenih numeričkih modela za statičku i dinamičku analizu konstrukcija, te analizu konstrukcija pod dugotrajnim opterećenjem [9-17]. Nadogradnja modela se sastoji u modeliranju nastajanja konstrukcije u fazama, preciznijem modeliranju posmičnog sloma betona i efikasnijim proračunskim postupcima.

### 2.2. Prostorna diskretizacija konstrukcije

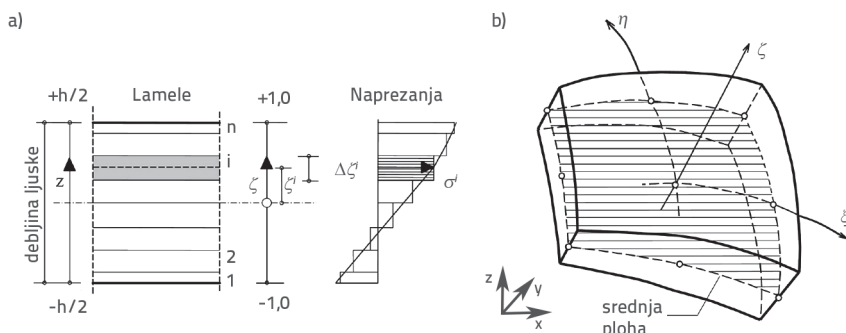
Za prostornu diskretizaciju konstrukcije primjenjuje se metoda konačnih elemenata. Napeta traka se modelira elementom tanke degenerirane ljuske, koja vrlo dobro opisuje njeno ponašanje. Koriste se osmočvorni i devetočvorni elementi, s uslojenim modelom materijala po debljini ljuske (slika 3.). Armatura se modelira kao posebna lamela odgovarajuće debljine, s čvrstoćom i krutošću samo u smjeru pružanja šipki [9-11].

Prostornom diskretizacijom i primjenom metode konačnih elemenata, jednadžba dinamičke ravnoteže konstrukcije može se napisati u obliku

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{u}}) + \mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} \quad (1)$$

gdje su  $\mathbf{u}$  nepoznati čvorni pomaci,  $\dot{\mathbf{u}}$  brzine i  $\ddot{\mathbf{u}}$  ubrzanja;  $\mathbf{M}$  je matrica masa,  $\mathbf{C}$  matrica prigušenja i  $\mathbf{R}(\mathbf{u})$  vektor unutrašnjih čvornih sila;  $\mathbf{f}$  je vektor vanjskih čvornih sila, koji može biti primjerice generiran od djelovanja vjetrova, stroja i sl. ( $\mathbf{f} = \mathbf{F}(t)$ ) ili od djelovanja potresa ( $\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}}_0(t)$ ). Kod toga je  $\ddot{\mathbf{d}}_0$  vektor ubrzanja podloge, a  $t$  vrijeme. Vektor unutrašnjih sila  $\mathbf{R}(\mathbf{u})$  može se napisati u obliku:

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{K}\mathbf{u}; \quad \mathbf{K} = \partial\mathbf{R} / \partial\mathbf{u} \quad (2)$$



Slika 3. Koncept usvojenog konačnog elementa ljuske: a) uslojeni model po debljini ljuske; b) element degenerirane trodimenzionalne ljuske

gdje je  $\mathbf{K}$  matrica krutosti konstrukcije.

Za rješavanje svojstvene zadaće problema, jednadžba (1) se svodi na:

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (3)$$

gdje je  $\mathbf{x}$  svojstveni vektor i  $\lambda$  svojstvena vrijednost. Za statičke probleme, (1) se svodi na

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

gdje je  $\mathbf{f}$  vanjsko statičko (mirno) opterećenje.

### 2.3. Vremenska diskretizacija

Za rješavanje jednadžbe (1) koristi se implicitni Newmarkov algoritam koji je u iterativnom obliku razvio Hughes [18]. Jednadžba ravnoteže (1) je zadovoljena u vremenu  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ , odnosno u  $(n+1)$  vremenskom inkrementu [9-11].

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}) = \mathbf{f}_{n+1} \quad (5)$$

pri čemu su

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \bar{\mathbf{u}}_{n+1} + \beta\Delta t^2\ddot{\mathbf{u}}_n \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} + \gamma\Delta t\ddot{\mathbf{u}}_n \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_n + 0,5(1-2\beta)\Delta t^2\ddot{\mathbf{u}}_n \\ \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + (1-\gamma)\Delta t\ddot{\mathbf{u}}_n \end{aligned} \quad (7)$$

U gornjim izrazima  $\Delta t$  je vremenski korak, a  $n$  je vremenski inkrement;  $\bar{\mathbf{u}}_{n+1}$  i  $\bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1}$  su pretpostavljene, a  $\mathbf{u}_{n+1}$  i  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  su korigirane vrijednosti pomaka i brzina;  $\beta$  i  $\gamma$  su parametri koji određuju stabilnost i točnost metode. Uvrštavanjem (6) i (7) u (5), te uvođenjem inkrementalno-iterativnog postupka rješavanja općeg nelinearnog problema, dobiva se tzv. efektivni statički problem

$$\mathbf{K}_\tau^* \Delta\mathbf{u} = (\mathbf{f}^*) \quad (8)$$

gdje se matrica efektivne tangentne krutosti  $\mathbf{K}_\tau^*$  računa u vremenu  $t$  s pomoću

$$\mathbf{K}_\tau^* = \frac{\mathbf{M}}{\beta\Delta t^2} + \gamma\frac{\mathbf{C}_\tau}{\beta\Delta t} + \mathbf{K}_\tau \quad (9)$$

a vektor efektivnog opterećenja  $\mathbf{f}^*$  s pomoću

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^i - \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}^i, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i) \quad (10)$$

U gornjim izrazima  $n$  označava vremenski korak, a  $i$  iteracijski korak;  $\Delta\mathbf{u}$  je vektor prirasta pomaka. Newmarkov implicitni algoritam iterativnog rješavanja problema prikazan je u tablici 1.

Tablica 1. Newmarkov implicitni algoritam iterativnog rješenja problema

(1)	Za vremenski korak $(n+1)$ , staviti iteracijski korak $i = 1$
(2)	Izračunati vektore pretpostavljenih pomaka, brzina i ubrzanja na početku vremenskog koraka s pomoću poznatih vrijednosti iz prethodnog vremenskog koraka: $\mathbf{u}_{n+1}^i = \bar{\mathbf{u}}_{n+1} \quad \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i = \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} \quad \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^i = (\mathbf{u}_{n+1}^i - \bar{\mathbf{u}}_{n+1}) / (\beta \Delta t^2)$
(3)	Izračunati efektivne rezidualne sile $(\mathbf{f}^*)^i$ : $(\mathbf{f}^*)^i = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^i - \mathbf{U}(\mathbf{u}_{n+1}^i, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i)$
(4)	Izračunati matricu efektivne krutosti $\mathbf{K}_\tau^i$ (ako je potrebno): $\mathbf{K}_\tau^i = \frac{\mathbf{M}}{\beta \Delta t^2} + \gamma \frac{\mathbf{C}_\tau}{\beta \Delta t} + \mathbf{K}_\tau$
(5)	Izračunati vektor prirasta pomaka $\Delta \mathbf{u}^i$ : $\mathbf{K}_\tau^i \Delta \mathbf{u}^i = (\mathbf{f}^*)^i$
(6)	Korigirati pretpostavljene vrijednosti pomaka, brzina i ubrzanja: $\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{u}_{n+1}^i + \Delta \mathbf{u}_{n+1}^i \quad \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = (\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} - \bar{\mathbf{u}}_{n+1}) / (\beta \Delta t^2) \quad \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i + (\gamma \Delta t) \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$
(7)	Kontrolirati konvergenciju postupka: Ako $\Delta \mathbf{u}^i$ zadovoljava kriterij konvergencije: $\ \Delta \mathbf{u}^i\  / \ \mathbf{u}_{n+1}^{i+1}\  \leq \varepsilon_n$ prelazi se na sljedeći vremenski korak (zamijeni se "n" s "n+1" i ide na korak rješenja (1)). Rješenje u vremenu $t_{n+1}$ je: $\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_{n+1}^{i+1} \quad \dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} \quad \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$ Ako kriterij konvergencije nije zadovoljen, iteracijski postupak s korekcijom pomaka, brzina i ubrzanja se nastavlja (zamijeni se "i" s "i+1" te ide na korak rješenja (3)).

## 2.4. Modeliranje promjene geometrije konstrukcije

Koristi se tzv. ažurirani Lagrangeov postupak (eng. *update Lagrangian procedure*), koji se temelji na slijedećim polazištima [11]:

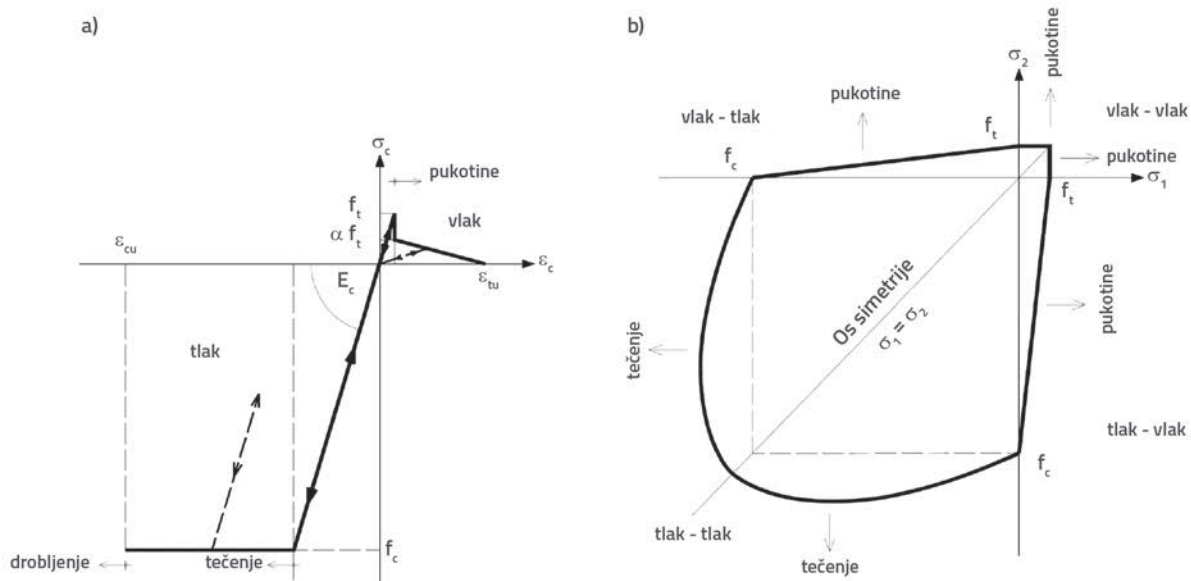
- Vanjsko opterećenje se aplicira u inkrementima. Za svaki se inkrement provodi iteracijski postupak proračuna sve dok vektor neuravnoteženih sila ne bude po volji dovoljno mali. Nakon što je zadovoljen kriterij konvergencije, vektor neuravnoteženih sila se pridodaje idućem inkrementu vanjskog opterećenja i iteracijski postupak se ponovo nastavlja.
- U okviru svakog iteracijskog koraka primjenjuje se klasični Lagrangeov postupak: stanje varijabli se definira u odnosu na stanje na početku promatranog iteracijskog koraka.
- Na kraju svakog iteracijskog koraka, stanje varijabli se ažurira (redefinira) u odnosu na stanje na kraju promatranog iteracijskog koraka.

Uključen je model geometrijske nelinearnosti s velikim pomacima i malim deformacijama. Kao što je prethodno navedeno, utjecaj velikih pomaka obuhvaćen je transformacijama komponenti pomaka i sila (naprezanja) između globalnog i lokalnog koordinatnog sustava. Naime, uz pretpostavku da je prirast pomaka unutar svakog iteracijskog koraka mali, može se usvojiti da postoji linearna ovisnost između deformacija i pomaka. Na taj se način proračun značajno pojednostavljuje i skraćuje. Primjena lokalnog koordinatnog sustava za definiranje konstitutivnog zakona materijala također pojednostavljuje analizu za slučajeve s anizotropnim svojstvima materijala.

## 2.5. Modeli gradiva pod kratkotrajnim statičkim opterećenjem

### 2.5.1. Modeli betona

Primijenjen je zapravo vrlo jednostavan model betona, temeljen na njegovim osnovnim parametrima [9-11] (jednoosna tlačna



Slika 4. Grafički prikaz usvojenog modela ponašanja betona: a) jednodimenzionalni prikaz; b) 2D prikaz u polju glavnih naprezanja

i vlačna čvrstoća, modul elastičnosti i Poissonov koeficijent). Grafička interpretacija modela prikazana je na slici 4.

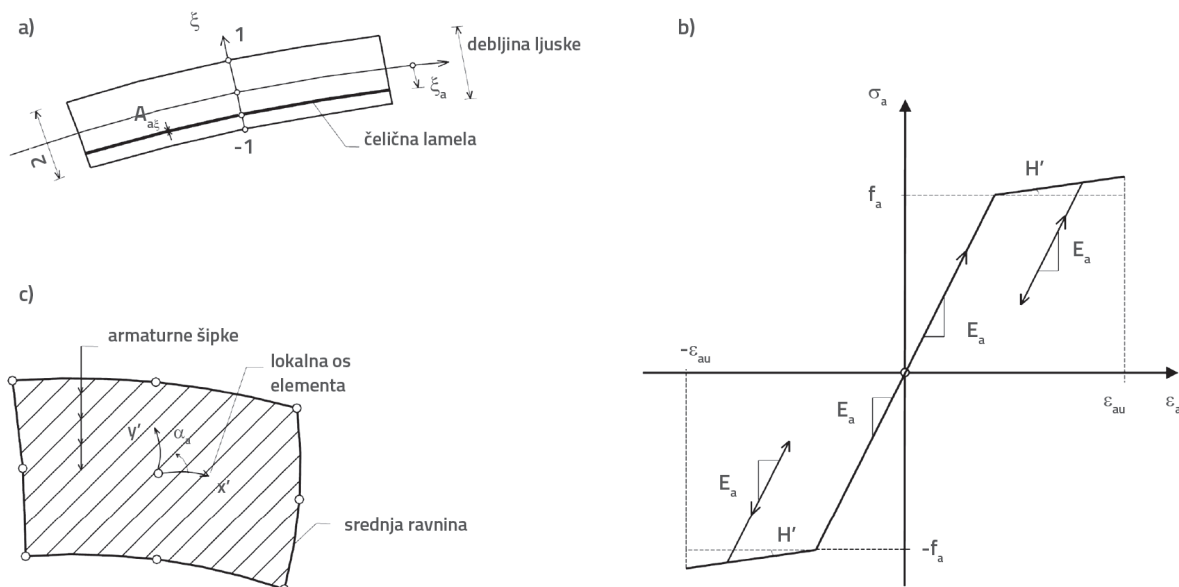
**Modeliranje betona u vlaku**

Pretpostavljeno je linearnoelastično ponašanje betona sve dok se ne dosegne njegova vlačna čvrstoća. Uzima se da pukotine mogu nastati samo u ravninama okomitim na srednju ravninu ljsuke. Pretpostavljeno je da se svaka lamela betona nalazi u stanju ravninskog naprezanja. Usvojen je model distribuiranih pukotina, odnosno pretpostavlja se da beton i nakon pucanja ostaje kontinuum. Korišten je model tzv. fiksnih ortogonalnih pukotina. Modelirano je djelomično i potpuno zatvaranje pukotina u rasterećenju, kao i ponovno otvaranje prije nastalih pukotina kod ponovnog opterećenja. Doprinos vlačne krutosti

neispucanog betona između pukotina simulira se na uobičajeni način, indirektno preko "silazne krivulje"  $\sigma - \epsilon$  dijagrama betona u vlaku. Simulacija posmične krutosti ispučanog betona (efekti "kvačenja" agregata i trenja između stijenki pukotine) izvršena je također na uobičajeni način, redukcijom modula smika ( $G_{12}$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$ ) u ovisnosti o veličini vlačne deformacije okomito na ravninu pukotine.

**Modeliranje betona u tlaku**

Za modeliranje ponašanja betona u tlaku primijenjena je teorija plastičnosti. Pretpostavljeno je linearno elastično ponašanje betona na početku djelovanja opterećenja, sve dok nije zadovoljen uvjet popuštanja. Nakon toga je usvojeno plastično ponašanje betona. Primijenjeno je tzv. pridruženo



Slika 5. Modeliranje armature: a) ekvivalentna lamela armature; b) veza s-e za čelik; c) pružanje armaturnih šipke

pravilo popuštanja, odnosno usvojena je pretpostavka okomitosti vektora plastične deformacije na plohu popuštanja. Uvjet drobljenja betona u tlaku definiran je preko komponenti deformacija. U rasterećenju je pretpostavljeno elastično ponašanje. Nakon drobljenja beton nema nikakve tlačne čvrstoće.

**2.5.2. Model armature**

Način modeliranja armature [9-11] grafički je prikazan na slici 5. Armaturene šipke su modelirane kao zasebne čelične lamele ekvivalentne (normalizirane) debljine i na odgovarajućoj (normaliziranoj) udaljenosti od srednje plohe ljsuke. Naprezanja se mogu javljati samo u smjeru pružanja šipki. Pretpostavljena je puna kompatibilnost pomaka armature i okolnog betona (bez mogućnosti proklizavanja šipke). Ponašanje čelika opisano je bilinearnom vezom  $\sigma - \epsilon$ , jednako u tlaku i vlatku. U rasterećenju je pretpostavljeno elastično ponašanje, s početnim modulom elastičnosti. Lom šipki nastaje kada deformacija u pravcu njihova pružanja prekorači specificiranu graničnu vrijednost.

**2.6. Modeli gradiva pod dinamičkim opterećenjem**

Za uvjete dinamičkog opterećenja korišten je model materijala opisan u točki 2.5, koji je dopunjen radi obuhvaćanja utjecaja brzine deformacije na ponašanje betona i čelika. Detaljniji opis modela može se naći u [17], a sažeti prikaz slijedi u nastavku.

**2.6.1. Model betona**

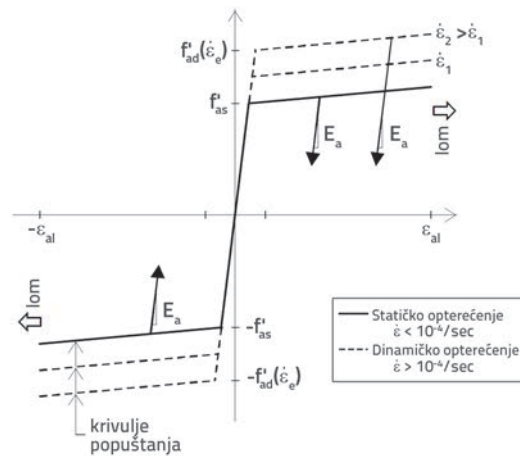
Usvojeni model, grafički prikazan na slici 6., uključuje jednostavnu ovisnost tlačne i vlačne čvrstoće (koje predstavljaju plohe popuštanja) te tangentskog modula elastičnosti betona od ekvivalentne brzine deformacije betona. U okviru numeričkog postupka, u svakom vremenskom koraku razmatrane vremenske domene izračunava se ekvivalentna brzina deformacije  $\dot{\epsilon}$  pomoću

$$\dot{\epsilon} = \left\{ \left[ 2(\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2) + \dot{\epsilon}_{xy}^2 \right] / 3 \right\}^{1/2} \tag{11}$$

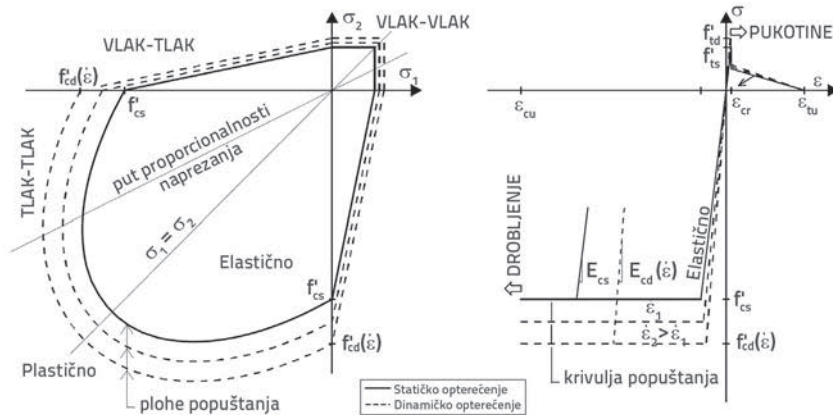
Ovisno o  $\dot{\epsilon}$ , izračunavaju se tekuće vrijednosti tlačne i vlačne čvrstoće te modula elastičnosti betona u svakoj integracijskoj točki svake lamele. Uvedena je ista ovisnost mehaničkih karakteristika betona o brzini deformacije za sve tipove betona. Granična (lomna) deformacija betona i Poissonov koeficijent uzeti su fiksni, odnosno neovisni o brzini deformacije betona. Nije modelirano smanjenje čvrstoće betona kod ponavljano opterećenja.

**2.6.2. Model armature**

Shematski prikaz usvojenog modela čelika predložen je na slici 7. Granica popuštanja nije fiksna, već ovisi o brzini elastične deformacije čelika  $\dot{\epsilon}_e$  (u smjeru pružanja šipki). Veza između dinamičke  $f_{ad}$  i statičke  $f_{as}$  granice tečenja (čvrstoće) pretpostavlja se jednakom za sve vrste čelika. Prihvaćeno je da su modul elastičnosti i lomna deformacija čelika fiksni, odnosno neovisni o brzini deformacije.



Slika 7. Grafički prikaz modela čelika u uvjetima dinamičkog opterećenja



Slika 6. Grafički prikaz modela betona u uvjetima dinamičkog opterećenja: a) prikaz u polju glavnih napreznaja; b) jednodimenzionalni prikaz

**2.7. Modeliranje nastajanja konstrukcije u fazama**

Za svaku tekuću fazu nastajanja nosive konstrukcije (promjenu poprečnog presjeka i nosivog sustava, prednapinjanje i sl.), modelira se njena prostorna geometrija i krutost, te izračuna naponsko-deformacijsko stanje u svim gradivima za promatrana opterećenja i djelovanja promatrane faze. To stanje se usvaja kao početno stanje iduće faze, kod koje se javljaju novi nosivi elementi i nova opterećenja. Dakle, u svakoj fazi nastajanja mosta modelira se njegova trenutačna krutost i pomaci, tj.

određuje se i memorira tekuće naponsko-deformacijsko stanje konstrukcije.

### 2.8. Modeliranje reoloških efekata betona

Detaljniji opis modela dan je u [11], a sažeti prikaz slijedi u nastavku.

#### Puzanje

Za proračun jednoosne deformacije puzanja primjenjuje se Glanvilleova i Dischingerova teorija, koja je bazirana na pretpostavci da je brzina puzanja funkcija tekućeg jednoosnog naprezanja betona i proteklog vremena  $t$  nakon opterećivanja, tj.

$$\frac{d\varepsilon_t^c}{dt} = f(\sigma, t) \tag{12}$$

Ako se vrijeme podijeli u diskretne vremenske intervale  $\Delta t$ , uz  $t_n = t$  i  $t_{n+1} = t + \Delta t$ , inkrementalna verzija jednadžbe (12) ima oblik

$$\Delta\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^c = \varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^m \Delta\Phi_{t_n, t_{n+1}} = \varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^m [\Phi_{t_{n+1}} - \Phi_{t_n}] \tag{13}$$

gdje  $\Delta\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^c$  označava prirast deformacije puzanja između vremena  $t_n$  i  $t_{n+1}$ ,  $\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^m$  je trenutna mehanička deformacija betona u vremenu  $t_{n+1}$  (može biti nelinearna funkcija naprezanja  $\sigma$ ),  $\Delta\Phi_{t_n, t_{n+1}}$  je prirast koeficijenta puzanja između vremena  $t_n$  i  $t_{n+1}$ ,  $\Phi_{t_{n+1}}$  je koeficijent puzanja za vrijeme  $t_{n+1}$  i  $\Phi_{t_n}$  je koeficijent puzanja za vrijeme  $t_n$ . Inkrement deformacije puzanja  $\Delta\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^c$  izračunan je prema uvjetu na početku predstojećeg vremenskog inkrementa  $t_{n+1}$ . Za koeficijente puzanja korištene su vrijednosti prema [19], pa se sukladno tome izraz (13) može napisati u obliku

$$\Delta\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^c = \varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^m \Phi_0 [\beta_{t_{n+1}, t_0}^c - \beta_{t_n, t_0}^c] \tag{14}$$

gdje  $\Phi_0$  označava osnovnu veličinu puzanja, a  $\beta_{t_{n+1}, t_0}^c$  i  $\beta_{t_n, t_0}^c$  koeficijente kojima se opisuje vremenski tijek puzanja pod opterećenjem.

#### Skupljanje

Jednoosno skupljanje betona u [13], koje je korišteno u ovom radu, usvojeno je oblika

$$\varepsilon_t^s = \varepsilon^{s0} \beta_t^s \tag{15}$$

gdje  $\varepsilon_t^s$  označava jednoosnu deformaciju skupljanja u vremenu  $t$ ,  $\varepsilon^{s0}$  osnovnu vrijednost skupljanja, a  $\beta_t^s$  koeficijent kojim se opisuje vremenski tijek skupljanja. U sklopu iterativnog vremenskog algoritma, prirast deformacije skupljanja  $\Delta\varepsilon_{t_n, t_{n+1}}^s$  između dva susjedna vremena  $t_n$  i  $t_{n+1}$  može se odrediti s pomoću

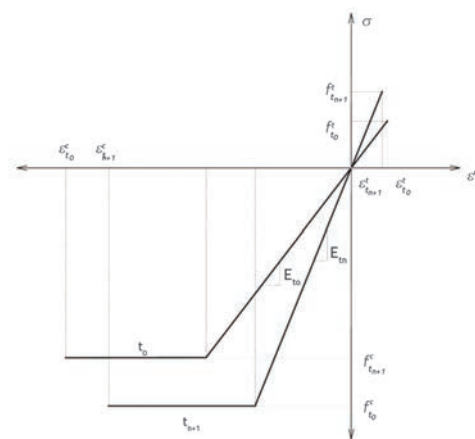
$$d\varepsilon_{t_{n+1}}^s = \varepsilon^{s0} (\beta_{t_{n+1}}^s - \beta_{t_n}^s) \tag{16}$$

gdje koeficijenti  $\beta_{t_n}^s$  i  $\beta_{t_{n+1}}^s$  odgovaraju vremenima  $t_n$  i  $t_{n+1}$ . U kontekstu razmatranog problema ljsaka, uzima se da se skupljanje betona odvija u definiranim ortogonalnim smjerovima

$x$ ,  $y$  u ravnini ljsuke, pri čemu se za pojedine smjerove inkrementi deformacije skupljanja  $d\varepsilon_x^s$ ,  $d\varepsilon_y^s$  izračunavaju kako je to prikazano za jednodimenzionalni problem.

#### Starenje

Deformacija starenja betona uzima se na indirektan način, povećavajući tijekom vremena početni modul elastičnosti i čvrstoću betona. Naime, pri odabiru veze  $\sigma - \varepsilon^m$  u promatranom vremenu  $t_{n+1}$ , uzimaju se u obzir tekuće mehaničke karakteristike betona, odnosno odgovarajuće vremenski "ojačani" materijal. Shematski prikaz obuhvaćanja starenja betona za jednoosnu elastoplastičnu vezu  $\sigma - \varepsilon^m$  predočen je na slici 8.

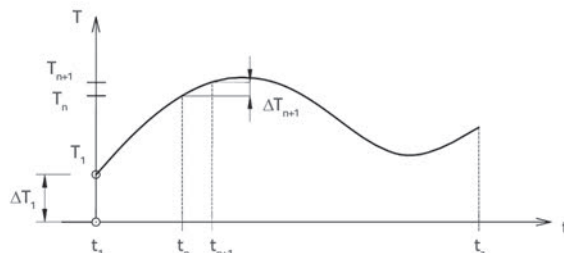


Slika 8. Shematski prikaz obuhvaćanja starenja betona za jednoosnu elastoplastičnu vezu  $\sigma - \varepsilon^m$

Na slici 8.  $t_{n+1}$  označava tekuće promatrano vrijeme, a  $t_0$  početno vrijeme;  $f$  označava računsku tlačnu, a  $f$  računsku vlačnu čvrstoću betona;  $E$  označava jedinstveni modul elastičnosti betona u tlaku i vlaku;  $\varepsilon^c$  označava računsku deformaciju drobljenja betona u tlaku, a  $\varepsilon^s$  računsku deformaciju puzanja betona u vlaku. U svakom promatranom vremenu ažurira se: tlačna čvrstoća betona, vlačna čvrstoća betona, modul elastičnosti betona i deformacija drobljenja betona. Promjena modula smika betona uzeta je preko promjene modula elastičnosti. Poissonov koeficijent uzet je nepromjenjiv u vremenu.

#### Temperatura

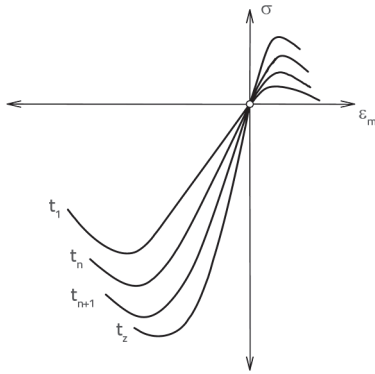
Ako se razmatra utjecaj poznate povijesti temperaturnih utjecaja, odrede se inkrementi temperature sukladno odabranoj vremenskoj diskretizaciji (slika 9.).



Slika 9. Povijest temperature



Također se polazi od poznate veze između vektora naprezanja  $\sigma$  i vektora mehaničke deformacije betona  $\epsilon^m$  u svakom promatranom vremenu, odnosno od poznatog tekućeg konstitutivnog modela materijala koji uključuje efekte starenja (slika 10).



Slika 10. Veza naprezanje-deformacija u promatranim vremenima (jednodimenzionalna predodžba)

### 2.9. Algoritam numeričkog modela za analizu konstrukcija pod dugotrajnim statičkim opterećenjem i djelovanjem

Inkrementalno-iterativna jednačba ravnoteže promatrane konstrukcije, koja odgovara tekućoj geometriji i materijalnim karakteristikama, može se napisati u obliku [9-11]

$$\mathbf{K}_{n+1}^{i+1} \Delta \mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \Delta \mathbf{R}_{n+1} \quad (17)$$

gdje indeks  $n$  označava vremenski inkrement a  $i$  iteracijski korak,  $\mathbf{K}_{n+1}^{i+1}$  označava matricu tangentne krutosti, koja uključuje i utjecaj promjene geometrije konstrukcije,  $\Delta \mathbf{u}_{n+1}^{i+1}$  označava vektor prirasta čvornih pomaka, a  $\Delta \mathbf{R}_{n+1}$  vektor prirasta ekvivalentnih čvornih sila oblika

$$\Delta \mathbf{R}_{n+1} = \Delta \mathbf{R}_{n+1}^e + \Delta \mathbf{R}_{n+1}^{nm} + \mathbf{R}_{n+1}^u \quad (18)$$

U gornjem izrazu  $\Delta \mathbf{R}_{n+1}^e$  označava vektor prirasta vanjskih (napadnih) sila,  $\Delta \mathbf{R}_{n+1}^{nm}$  vektor prirasta ekvivalentnih čvornih sila zbog nemehaničke deformacije  $\Delta \epsilon_{n+1}^{nm}$  između vremena  $t_{n+1}$  i  $t_n$  (od puzanja, skupljanja, starenja i temperature), a  $\mathbf{R}_{n+1}^u$  neuravnotežene sile iz prethodnog vremenskog inkrementa  $n$ . Vektor  $\Delta \mathbf{R}_{n+1}^{nm}$  može se izračunati s pomoću izraza

$$\Delta \mathbf{R}_{n+1}^{nm} = \int_V \mathbf{B}_{n+1}^T \mathbf{D}_{n+1} \Delta \epsilon_{n+1}^{nm} dV \quad (19)$$

gdje  $\mathbf{B}_{n+1}^T$  označava tangentnu matricu veze pomak-deformacija, a  $\mathbf{D}_{n+1}$  tangentnu matricu veze naprezanje-deformacija. Inkrement ukupne nemehaničke deformacije  $\Delta \epsilon_{n+1}^{nm}$  iznosi

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{nm} = \Delta \epsilon_{n+1}^c + \Delta \epsilon_{n+1}^s + \Delta \epsilon_{n+1}^a + \Delta \epsilon_{n+1}^T \quad (20)$$

i sastoji se od inkrementa deformacije puzanja  $\Delta \epsilon_{n+1}^c$ , skupljanja  $\Delta \epsilon_{n+1}^s$ , starenja  $\Delta \epsilon_{n+1}^a$  i temperaturnih promjena  $\Delta \epsilon_{n+1}^T$ .

Ukupna nemehanička deformacija iznosi

$$\epsilon_{n+1}^{nm} = \epsilon_n^{nm} + \Delta \epsilon_{n+1}^{nm} \quad (21)$$

Prirast ukupnih deformacija  $\Delta \epsilon_{n+1}^{i+1}$  može se izračunati s pomoću

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{i+1} = \mathbf{B}_{n+1}^i \Delta \mathbf{u}_{n+1}^{i+1} \quad (22)$$

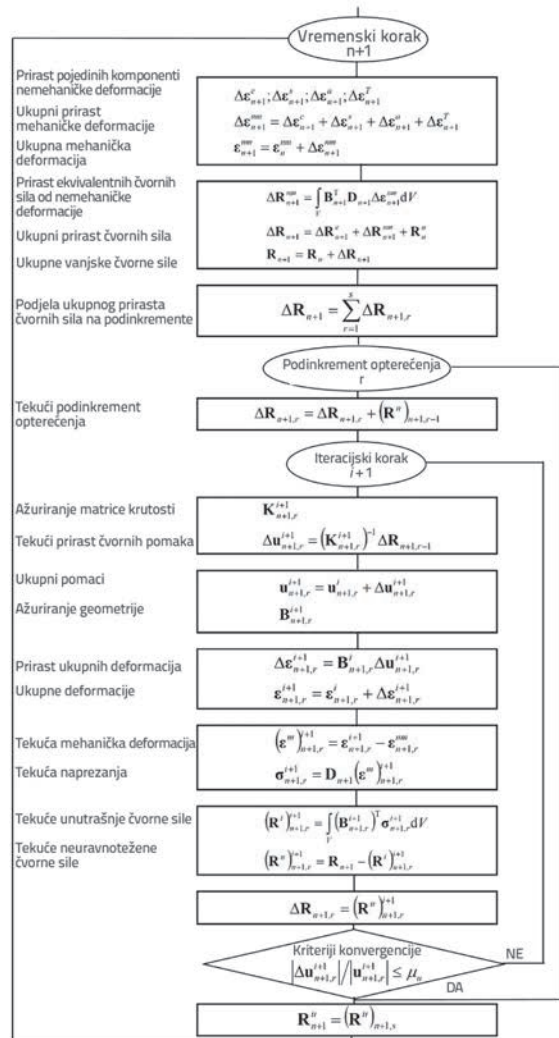
a ukupna tekuća deformacija s pomoću

$$\epsilon_{n+1}^{i+1} = \epsilon_{n+1}^i + \Delta \epsilon_{n+1}^{i+1} \quad (23)$$

Tekuća mehanička deformacija  $(\epsilon^m)_{n+1}^{i+1}$  iznosi

$$(\epsilon^m)_{n+1}^{i+1} = \epsilon_{n+1}^{i+1} - \epsilon_{n+1}^{nm} \quad (24)$$

Dijagram slijeda rješenja problema za dugotrajna statička opterećenja i djelovanja prikazan je na slici 11.



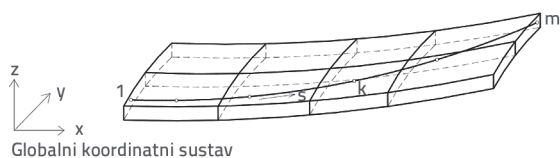
Slika 11. Dijagram slijeda rješenja problema za dugotrajna opterećenja i djelovanja u inkrementalno-iterativnom obliku

## 2.10. Modeliranje prednapinjanja i gubitaka sile prednapinjanja

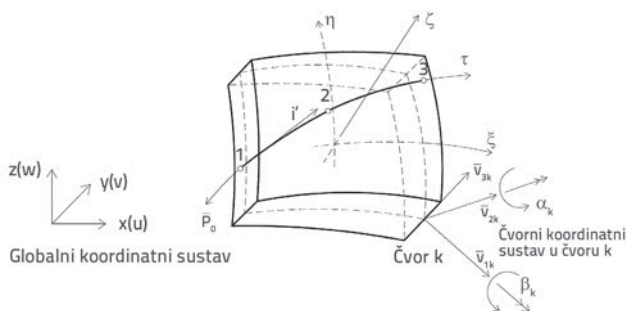
Detaljniji opis modela može se naći u [9-14], a slijedi sažeti prikaz u nastavku.

### 2.10.1. Geometrija kabela i model materijala

Geometrija kabela zadaje se s pomoću koordinata točaka kroz koje prolazi os kabela (slika 12.). Položaj kabela unutar konačnog elementa ljsuke prikazan je na slici 13.

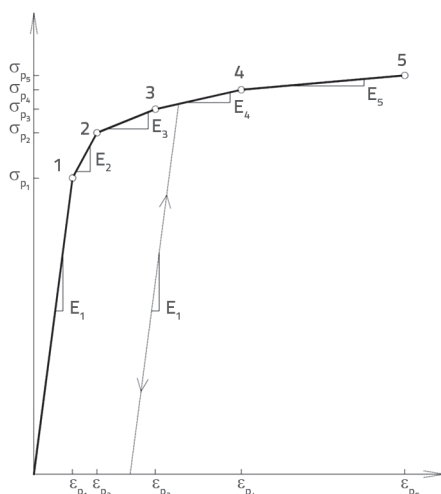


Slika 12. Geometrija kabela



Slika 13. Prednapeti kabel ugrađen u element ljsuke

Kod prethodno napetih konstrukcija osigurana je čvrsta veza između betona i prednapetog čelika, slično kao između betona i betonskog čelika, s odgovarajućom prionjivošću. Kod naknadno napetih konstrukcija čvrsta veza između kabela i betona odvija se tek nakon napinjanja i injektiranja kabela, odnosno nakon očvršćivanja injekcijske smjese (tzv. spojeni kabeli). Ako kabeli



Slika 14. Veza naprezanje-deformacija za prednapeti čelik

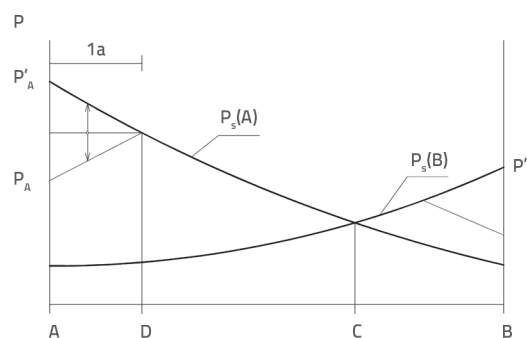
nisu injektirani, nema računskog spoja između betona i kabela (tzv. nespojeni kabeli). Modeliranje mehaničkih efekata veze betona i kabela zahtijeva sljedeće korake:

- uključenje doprinosa napinjanja globalnoj krutosti
- izračun prirasta deformacija od efekta napinjanja, kao vanjskog opterećenja na konstrukciju
- izračun konačne sile u kabelu i generiranje unutrašnjih sila od napinjanja.

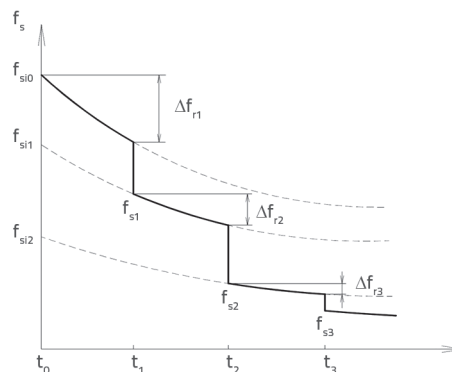
Usvojena veza naprezanje-deformacija za prednapeti čelik prikazana je na slici 14.

### 2.10.2. Modeliranje gubitaka sile prednapinjanja i prijenosa sile s kabela na beton

Gubici sile uzrokovani trenjem i gubici uzrokovani prokliznućem klina simulirani su u skladu s [19] (slika 15.). Gubici zbog relaksacije prednapetog čelika modelirani su prema [20] (slika 16.). Gubici sile od trenutačne deformacije betona te gubici od puzanja i skupljanja betona uključeni su automatski u modelu. Prednapinjanje se modelira unošenjem početne deformacije kabela, koja odgovara sili prednapinjanja. Sila prednapinjanja unosi se u sustav s pomoću ekvivalentnih čvornih sila. Nakon uspostavljanja ravnoteže za prednapinjanje, sustav se rješava za druga vanjska opterećenja.



Slika 15. Promjena sile prednapinjanja uzduž kabela uzrokovana trenjem



Slika 16. Izračunavanje gubitaka početnog naprezanja kabela kod višekratnog opterećivanja zbog relaksacije prednapetog čelika

### 2.11. Kritički osvrt na usvojene pretpostavke i točnost razvijenog numeričkog modela

Još uvijek ne postoji numerički model koji bi potpuno točno opisao stvarno ponašanje razmatranih konstrukcija, koje je izuzetno kompleksno. Prikazani model ima svrhu da se što realnije i s inženjerskog aspekta prihvatljivije simulira stvarno ponašanje razmatranih konstrukcija, a da pri tome bude relativno jednostavan i prilagođen za praktičnu primjenu, tj da se temelji na što manjem broju parametara. Usvojene pretpostavke u modelima gradiva konstrukcije, njenoj geometriji i fazama nastajanja, opterećenjima i djelovanjima, kao i u usvojenim proračunskim algoritmima, takve su da prikazani numerički model još uvijek daje vrlo dobro slaganje s brojnim eksperimentalnim rezultatima i rezultatima drugih numeričkih modela, čak i za duboka nelinearna ponašanja [9-17]. Ipak, potrebna je daljnja provjera ovog modela. Moguća su daljnja poboljšanja njegove preciznosti, no ona bi svakako povećala njegovu složenost i uključivanju parametara koji se najčešće ne mogu pouzdano definirati pri analizi praktičnih konstrukcija. Neka od takvih poboljšanja jesu:

- adekvatnije modeliranje betona u tlaku, vlaku i posmiku,
- adekvatnije modeliranje armature, s uključivanjem utjecaja proklizavanja,
- adekvatnije modeliranje reoloških osobina betona te uključivanje utjecaja ponavlanog (cikličnog) opterećenja kod svih gradiva,
- adekvatnije modeliranje kabela, veze kabela i betona te promjene sile u kabelu tijekom vremena,
- adekvatnije modeliranje vanjskih opterećenja i djelovanja,
- poboljšanje numeričkih postupaka proračuna i sl.

### 3. Provješani most preko Cetine kod Zadvarja

Rijeka Cetina u svom donjem toku u neposrednoj blizini Zadvarja, uzvodno oko 15 km od Omiša, ima do 150m duboko i strmo usječeno riječno korito. Na tom je lokalitetu kanjon Cetine čudesno lijep i atraktivan, pogodan za splavanje na riječnim brzicama, penjanje i druge ekstremne sportove. Ljepotu krajobraza upotpunjuju veličanstveni slapovi Velike i Male Gubavice, koji se uz silan šum i štropot obrušavaju u dubinu oko 60 m. Svaki će posjetitelj ovog lokaliteta zasigurno ostati očaran ovim prizorom neponovljive divlje romantike.

U sklopu planova turističkog razvitka, računajući na potporu europskih fondova, općina Zadvarje planira na lokalitetu vodopada Gubavica izgraditi pješačko-biciklistički most, koji bi ujedno povezao obale Cetine i pridonio razvoju širega područja. Most bi bio lociran oko 85 m nizvodno od slapa, na mjestu sa smanjenim utjecajem vjetra i zdravim stijenskim masivom. Na tom su mjestu obale rijeke na razini površinskog terena razmaknute oko 250 m. Kako bi se smanjio raspon mosta i opterećenje vjetrom, odnosno kako bi se smanjila njegova cijena i postigao povoljniji pogled na slapove, niveleta mosta je upuštena u odnosu na razinu okolnog terena za približno 15 m.

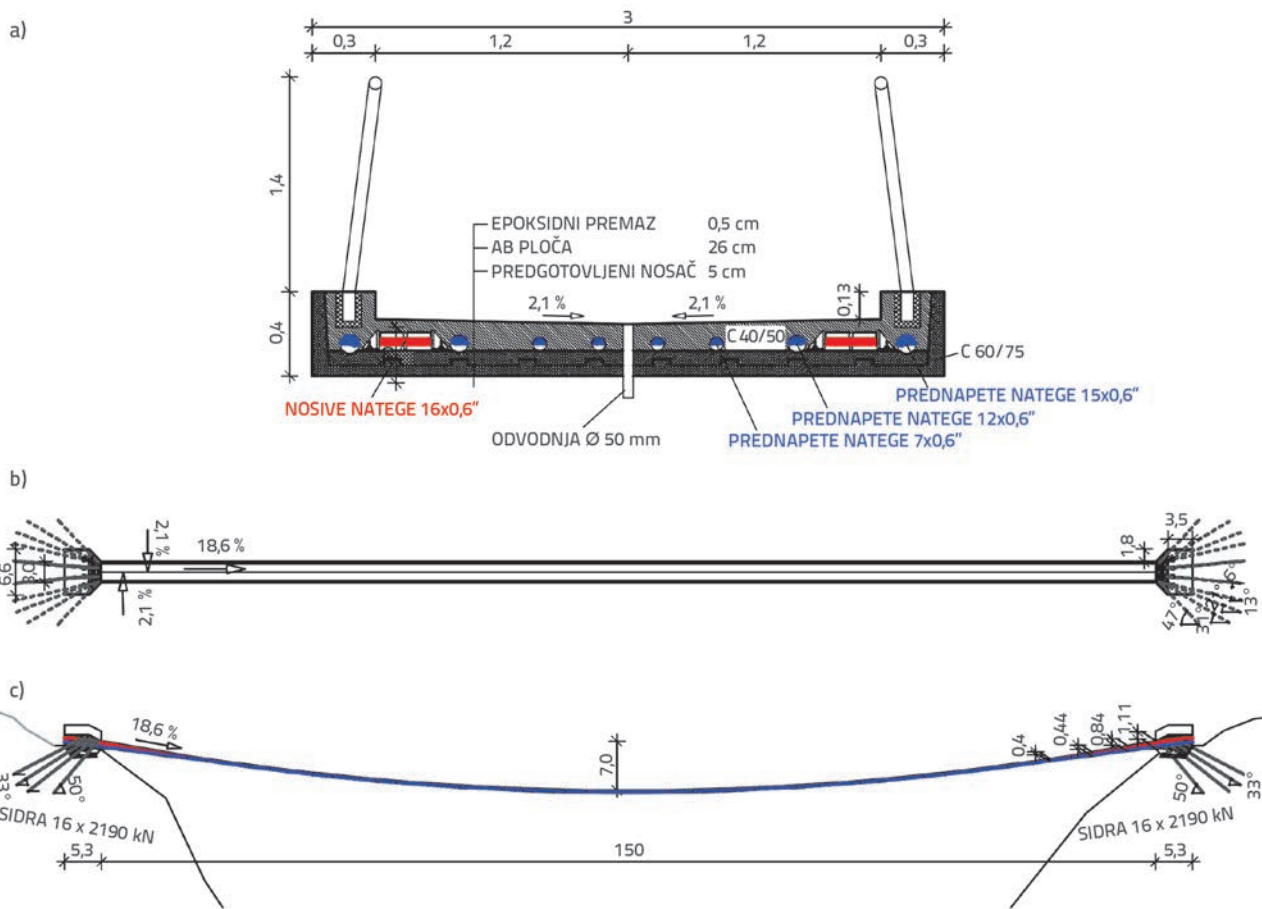
Na toj razini raspon je mosta znatno manji. S obzirom na više prednosti u odnosu na druga moguća rješenja, odabran je most nosivog sustava napete trake (slika 17.). Projekt mosta, izrađen na razini proširenog idejnog projekta, prikazan je u [21]. Osnovna rješenja mosta prikazana su na slici 18. i ovdje će se samo ukratko opisati. Raspon mosta iznosi 150 m, ukupna širina 3 m i provjes  $f = 6,5$  m ( $f/L = 0,043$ ). Usvojen je nešto veći provjes mosta kako bi on bio što racionalniji, uz prihvatljive uvjete uporabe. Kolnička ploča se sastoji od predgotovljenih betonskih elemenata, spregnutih s monolitnim betonom. Na većini duljine mosta ukupna debljina kolničke ploče je konstantna i iznosi 26 cm, dok se uz upornjake podebljava na 94 cm.



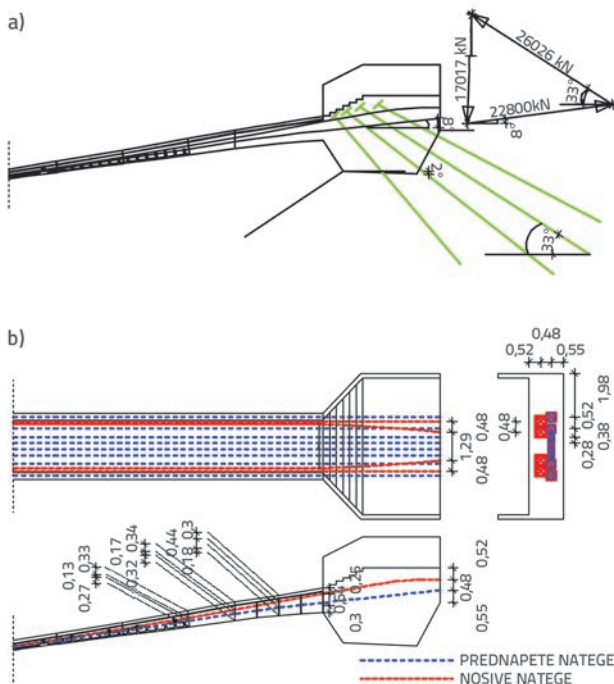
Slika 17. Vizualizacija provješanog mosta preko rijeke Cetine kod Zadvarja

Most ima četiri nosiva užeta, svako je površine 2400 mm<sup>2</sup> (16 x 0,6"), te 8 prednapetih užadi. Četiri prednapeta užeta su površine 1050 mm<sup>2</sup> (7 x 0,6"), dva površine po 1800 mm<sup>2</sup> (12 x 0,6") i dva površine po 2400 mm<sup>2</sup> (16 x 0,6"). Prednapinjanje je predviđeno u dvije faze: nakon jednog dana i nakon sedam dana od izrade monolitnog betona. Površina predgotovljenog betonskog presjeka u polju iznosi 0,2276 m<sup>2</sup>, a monolitnog betonskog presjeka 0,6332 m<sup>2</sup>. Predgotovljeni elementi su iz betona klase C 55/67, a monolitni beton je klase C 40/50. Površina klasične uzdužne armature monolitne ploče iznosi oko 1 % površine betonskog presjeka. Upornjaci mosta su relativno mali betonski blokovi, usidreni u kamenu liticu sa po 16 sidara 16 x 0,6", s ukupnom silom 16 x 2190 = 26280 kN. Vertikalnu tlačnu silu od 17017 kN temelj prenosi na liticu ( $\sigma_{tla,rd} = 0,8$  MPa). Neki detalji rješenja na lokaciji upornjaka prikazani su na slici 19.

Prema numeričkom modelu koji je opisan u poglavlju 2., uz prostornu diskretizaciju kako je prikazano na slici 20. s 1820 plošnih i 1400 kabelskih elemenata (s gušćom raspodjelom u blizini oslonaca), most je proračunan na stalna djelovanja (vlastita težina, dopunsko stalno opterećenje, prednapinjanje, puzanje i skupljanje), promjenjiva djelovanja (prometno opterećenje, temperaturna djelovanja i opterećenje vjetrom) i

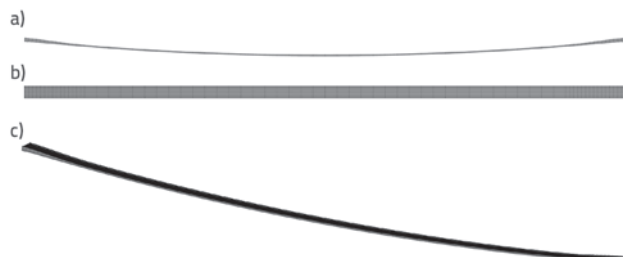


Slika 18. Osnovna rješenja provješeneog mosta preko rijeke Cetine kod Zadvarja: a) poprečna dispozicija u sredini raspona; b) tlocrtna dispozicija; c) uzdužna dispozicija

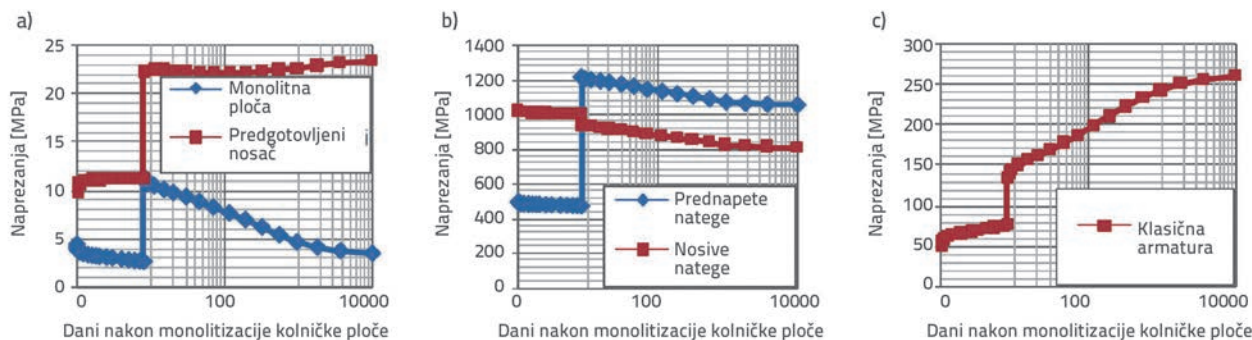


Slika 19. Neka rješenja mosta na upornjacima: a) rezultantna sila u nategama i geotekničkim sidrima; b) detalji vođenja natega

iznimna djelovanja (potres). Provjerena su granična stanja nosivosti i uporabljivosti. Svi su proračuni provedeni sukladno sadašnjim hrvatskim normama [19, 22-32]. Prometno opterećenje je usvojeno 3 kN/m<sup>2</sup> (za opterećenje pješacima preko cijelog raspona mosta, odnosno 3,5 kN/m<sup>2</sup> za opterećenje pola raspona mosta). Opterećenje vjetrom pri omogućenom prometu pješacima usvojeno je:  $W_z = 0,4$  kN/m<sup>2</sup>,  $W_x = W_y = 1,25$  kN/m<sup>2</sup>. Za prvu fazu prednapinjanja (beton starosti 1 dan) primijenjene su krivulje puzanja dobivene iz pokusa za puzanje pri ranom opterećenju [33], a za drugu fazu prednapinjanja (beton starosti 8 dana) krivulje puzanja prema [19].



Slika 20. Prostorna diskretizacija mosta: a) bočni pogled; b) tlocrt; c) prostorni pogled



Slika 21. Naprezanja u rasponskoj konstrukciji u sredini raspona mosta za djelovanje kvazistalnog opterećenja: a) betonska konstrukcija; b) čelične natege; c) klasična armatura

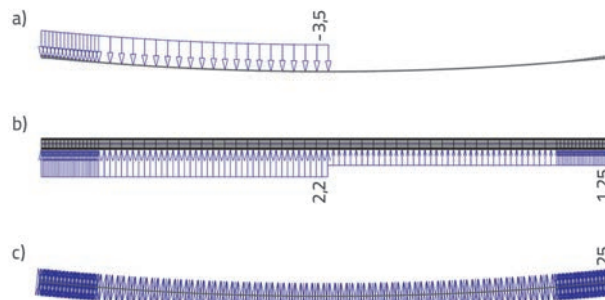
Tablica 2. Progibi i naprezanja u sredini raspona mosta za neka opterećenja tijekom vremena

Progib i naprezanje	Dani									
	0	1	8	8	30	30	30	10000	10000	10000
Faze [opterećenja]	Izvedba	1. Faza prednapinjanja	Prije 2. faze prednapinjanja	Nakon 2. faze prednapinjanja	Kvazistalno opterećenje	GSU	GSN	Kvazistalno opterećenje	GSU	GSN
Progib sredine mosta [m]	7,00	6,85	6,77	6,60	6,49	6,56	6,67	6,20	6,30	6,55
Naprezanja u nosivim nategama [MPa]	1074	1026	1001	948	911	933	965	811	840	911
Naprezanja u prednapetim nategama [MPa]		494	470	1214	1172	1194	1226	1052	1081	1152
Naprezanja u monolitnom betonu [MPa]		-4,5	-2,7	-11,4	-9,4	-5,2	0,0	-3,5	0,0	0,0
Naprezanja u predgotovljenom betonu [MPa]		-9,9	-11,3	-22,3	-22,4	-17,7	-10,9	-23,4	-17,2	-1,9
Naprezanja u klasičnoj armaturi [MPa]		-51,4	-77,4	-134,6	-170,0	-146,5	-112,5	-260,4	-229,4	-152,5

GSU - kombinacija za granično stanje uporabljivosti =  $1,0 \cdot G + 1,0 \cdot P + 1,0 \cdot Q + 0,6 \cdot T_{-25}$   
 GSN - kombinacija za granično stanje nosivosti =  $1,35 \cdot G + 0,9 \cdot P + 1,5 \cdot Q + 0,9 \cdot T_{-25}$   
 Kvazistalna kombinacija =  $1,0 \cdot G + 1,0 \cdot P + 0,2 \cdot Q + 0,5 \cdot T_{-25}$  [ skupljanje i puzanje su uključeni u model]  
 Q - Pješaci preko cijelog mosta

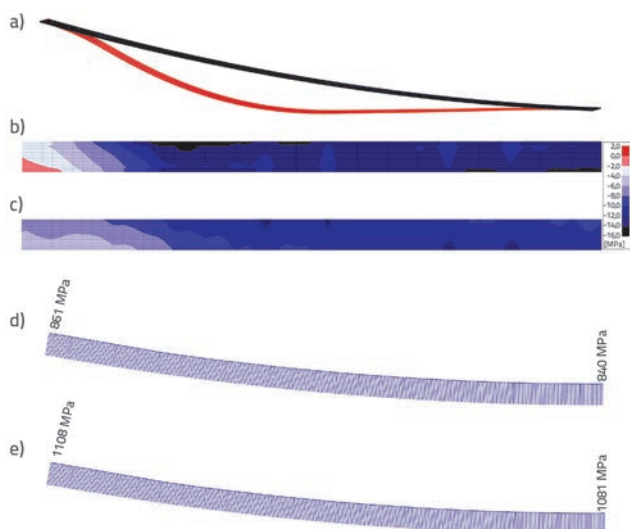
Analizirano je više kombinacija mjerodavnih opterećenja i djelovanja (stalno, prednapinjanje, 3 slučaja opterećenja pješaka, 4 slučaja opterećenja vjetrova, 3 slučaja temperaturnog djelovanja te skupljanje, puzanje i starenje betona u vremenu), uključujući faznost izrade, s koeficijentima kombinacije prema [19]. Prikazani su samo neki rezultati proračuna. Na slici 21. prikazana su naprezanja u pojedinim dijelovima konstrukcije u sredini raspona mosta za djelovanje kvazistalnog opterećenja ( $1,0 \cdot G + 1,0 \cdot P + 0,5 \cdot T_{-25}$  + skupljanje i puzanje). Progib i naprezanja u sredini raspona mosta za neka opterećenja tijekom vremena prikazana su u tablici 2.

Granično stanje nosivosti je mjerodavno pri puštanju mosta u uporabu (30. dan nakon izvedbe) jer su tada najveća naprezanja u nategama i betonu. Granično stanje uporabljivosti (provjera pukotina u betonu) mjerodavno je nakon ostvarene glavnine



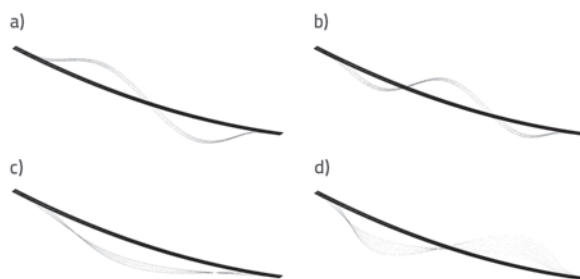
Slika 22. Neke opterećenja u uporabnoj kombinaciji K1 (stalni teret je automatski uključen, dok je prednapinjanje simulirano početnom deformacijom); a)  $Q_{0,5}$  - opterećenje pješacima preko pola raspona (kN/m<sup>2</sup>); b)  $W_{0,5}$  - pripadno vjetrovno opterećenje za  $Q_{0,5}$  (kN/m); c)  $\Delta T$  - jednoliki prirast temperature (°C)

reoloških efekata (10000. dan nakon izvedbe) jer su tada najmanja naprezanja u betonu. Starost od 10.000 dana predviđena je kao granica kad se može ostvariti više od 95 % dugotrajnih efekata. Neki rezultati proračuna za uporabnu kombinaciju K1 (slika 22.),  $K1 = 1,0 \cdot G + 1,0 \cdot P + 1,0 \cdot Q_{0,5} + 0,6 \cdot \Delta T_{\pm} + 0,3 \cdot W_{0,5}$ , prikazani su na slici 23.



Slika 23. Neki rezultati proračuna za uporabnu kombinaciju opterećenja K1: a) pomaci - prostorni prikaz; b) uzdužna naprezanja na gornjem rubu mosta - prikaz na polovini raspona mosta; c) uzdužna naprezanja na donjem rubu mosta - prikaz na polovini raspona mosta; d) naprezanja u nosivim nategama - prikaz na polovini raspona mosta; e) naprezanja u nategama za prednapinjanje - prikaz na polovini raspona mosta

Potres nije mjerodavan za proračun ovog mosta. Neki oblici slobodnih oscilacija mosta i pripadajući periodi osciliranja prikazani su na slici 24.



Slika 24. Neki oblici slobodnih oscilacija mosta: a) prvi oblik,  $T_1 = 3,71$  s; b) drugi oblik,  $T_2 = 2,56$  s; c) treći oblik,  $T_3 = 1,72$  s; d) osmi oblik - torzijski,  $T_8 = 0,62$  s

#### 4. Zaključak

S obzirom na racionalnost, brzu gradnju, povoljan izgled, skladno uklapanje u okoliš i male troškove održavanja, provješeni mostovi zavređuju mnogo širu primjenu u praksi. Pouzdane analize takvih mostova zahtijevaju uključivanje utjecaja promjene njihove geometrije, mijenjanje poprečnog presjeka i nosivog sustava rasponskog sklopa tijekom gradnje, nelinearno ponašanje gradiva, prednapinjanje, reološke efekte gradiva i sl. Razvijeni numerički model za analizu provješanih mostova pod kratkotrajnim statičkim, dinamičkim i dugotrajnim opterećenjima i djelovanjima može simulirati sve najvažnije nelinearne efekte ponašanja ovih konstrukcija. Model je relativno jednostavan i temelji se na osnovnim parametrima gradiva. Model je prethodno višekratno provjeren i uspješno primijenjen pri proračunu provješanog mosta preko rijeke Cetine kod Zadvarja. Predloženo rješenje mosta smatra se prikladnim i racionalnim. Razvijeni numerički model i odgovarajući računalni program za proračun provješanih mostova zahtijeva njegovu daljnju provjeru.

#### LITERATURA

- [1] Strasky, J.: *Stress Ribbon and Cable-Supported Pedestrian Bridges*, Thomas Telford Publishing, London, 2005., <http://dx.doi.org/10.1680/srscpsb.32828>
- [2] Kalafatić, I., Radić, J., Šavor, Z.: Proračun prednapetih provješanih mostova, *Građevinar* 61 (2009) 9, pp. 827-836.
- [3] Japan Prestressed Concrete Engineering Association: *Standard of Design and Construction of Stress-Ribbon Bridge* (Draft), Japan, 2000.
- [4] Newland, D. E.: Pedestrian Excitation of Bridges, *Journal of Mechanical Engineering Science* 218 (2004) 5, pp. 477-492.
- [5] Markocki, B., Salamak, M.: Durability of Stress Ribbon Bridge Checked during Loading Test, *Journal of Civil Engineering and Architecture* 8 (2014) 4, pp. 470-476.
- [6] Caetano, E., Cunha, A.: Experimental and Numerical Assessment of the Dynamic Behaviour of a Stress-Ribbon Footbridge, *Journal of Structural Concrete* 5 (2004) 1, pp. 29-38.
- [7] Toshiko A., Kiyoshi U., Yoshio F., Hiroshi O., Masakatsu W.: Dynamic Characteristic and Earthquake Response Analysis of Three-Span Continuous Stress Ribbon Bridge, *12th World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, New Zealand, 2000.
- [8] Bleicher, A., Schlaich, M., Fujino, Y., Schauer, T.: Model-Based Design and Experimental Validation of Active Vibration Control for a Stress Ribbon Bridge Using Pneumatic Muscle Actuators, *Engineering structures* 33 (2011) 8, pp. 2237-2247.

- [9] Radnić, J., Matešan, D., Harapin, A.: Model for Static Analyses of Concrete Shell, *Engineering Modelling* 13(2000) 3-4, pp. 93-99.
- [10] Radnić, J., Harapin, A., Matešan, D.: Statička i dinamička analiza betonskih ljusaka, *Građevinar* 53(2001) 11, pp. 695-709.
- [11] Radnić, J., Matešan, D.: Proračun betonskih ljusaka s uključenjem reoloških svojstava betona, *Građevinar* 55(2003) 1, pp. 1-13.
- [12] Radnić, J., Matešan, D.: Experimental Testing of RC Slab Behaviour under Long-Term Load, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 39 (2008), pp. 157-161, <http://dx.doi.org/10.1002/mawe.200700261>
- [13] Radnić, J., Matešan, D.: Analiza prednapetih betonskih ljusaka pod dugotrajnim opterećenjem, *Građevinar* 62(2010), pp. 183-196.
- [14] Matešan, D., Radnić, J.: Nonlinear Time-Dependent Analysis of Prestressed Concrete Shells (Chapter), *Materials with complex behaviour*, (Eds. Öchsner, A. et al.), Springer-Verlag, Berlin (2010), pp. 165-179.
- [15] Radnić, J., Matešan, D.: Testing of Prestressed Concrete Shell under Long-Term Loading and Unloading, *Experimental Mechanics* 50 (2010), pp. 575-588, <http://dx.doi.org/10.1007/s11340-009-9242-9>
- [16] Matešan, D., Radnić, J., Baloević, G., Smilović, M.: Nonlinear Analysis of Concrete Shells Including Effects of Normal and Transverse Shear Stresses, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 45 (2014) 4, pp. 258-268.
- [17] Radnić, J., Matešan, D., Grgić, N., Baloević, G.: Impact testing of RC slabs strengthened with CFRP strips, *Composite Structures* 121 (2015) 4-5, pp. 330-347.
- [18] Hughes, T.J.R., Liu, W.K.: Nonlinear Finite Element Analysis of Shells: Parts I and II: Three Dimensional and Two Dimensional Shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 26 (1981), pp. 331-362, 27(1981), pp.167-181.
- [19] HRN EN 1992-1-1:2013, Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – Dio 1-1: Osnove i pravila primjene za zgrade, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2013.
- [20] Magura, D., Sozen, M. A., Siess, C. P.: A study of stress relaxation in prestressing reinforcement, *PCI Journal* 9(1964) 2: pp. 13-57.
- [21] Buklijaš-Kobojević, D.: Projekt pješačkog mosta u Zadvarju, diplomski rad (mentor Radnić, J.), Split, 2013.
- [22] HRN EN 1992-1-1:2013/NA:2013, Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – Dio 1-1: Osnove i pravila primjene za zgrade - Nacionalni dodatak, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2013.
- [23] HRN EN 1992-2:2013, Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – Dio 2: Betonski mostovi - Proračun i pravila razrade detalja, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2013.
- [24] HRN EN 1992-2:2013/NA:2013, Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija – Dio 2: Betonski mostovi - Proračun i pravila razrade detalja - Nacionalni dodatak, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2013.
- [25] HRN EN 1990:2011, Eurokod 0: Osnove projektiranja konstrukcija, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2011.
- [26] HRN EN 1990:2011, Eurokod 0: Osnove projektiranja konstrukcija - Nacionalni dodatak, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2011.
- [27] HRN EN 1991-1-4:2012, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja - Djelovanja vjetra, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [28] HRN EN 1991-1-4:2012/NA:2012, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja - Djelovanja vjetra - Nacionalni dodatak, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [29] HRN EN 1991-2:2012, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 2: Prometna opterećenja mostova, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [30] HRN EN 1991-2:2012/NA:2012, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 2: Prometna opterećenja mostova - Nacionalni dodatak, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [31] HRN EN 1997-1:2012, Eurokod 7: Geotehničko projektiranje – Dio 1: Opća pravila, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [32] HRN EN 1997-1:2012/A1:2014, Eurokod 7: Geotehničko projektiranje – Dio 1: Opća pravila, Hrvatski zavod za norme, Zagreb, 2012.
- [33] Atrushi, D. S.: *Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete: Testing and Modelling* (PhD thesis), Department of Civil Engineering, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2003.