

Modeliranje stvarnog prometnog opterećenja cestovnih mostova

Damir Markulak, Boris Androić

Ključne riječi

cestovni most,
stvarno prometno
opterećenje,
modeliranje,
simulacija prometa,
kolona vozila,
pouzdanost

Key words

road bridge,
actual traffic load,
modeling, traffic
simulation,
line of vehicles,
reliability

Mots clés

pont routier,
charge de trafic réelle,
modélisation,
simulation du trafic,
file de véhicules,
fiabilité

Ключевые слова

дорожный мост,
действительная
транспортная нагрузка,
моделирование,
симуляция
транспортного
движения, колонна
автомобилей,
надёжность

Schlüsselworte:

Strassenbrücke,
wirkliche
Verkehrsbelastung,
Modellieren,
Verkehrssimulation,
Fahrzeugkolonne,
Zuverlässigkeit

D. Markulak, B. Androić

Prethodno priopćenje

Modeliranje stvarnog prometnog opterećenja cestovnih mostova

Predlažu se modeli stvarnog cestovnog prometnog opterećenja u Hrvatskoj, bazirani na prikupljanju i obradi statističkih podataka. To su dva modela za ocjenu pouzdanosti mostova s gledišta krajnjeg graničnog stanja, graničnog stanja uporabivosti te umornosti mostova. Daje se također deterministička i probabilistička varijanta za oba modela. Predloženi modeli su kao slučajno stvorene kolone vozila implementirani u računalnu simulaciju utjecaja od stvarnog prometnog opterećenja.

D. Markulak, B. Androić

Preliminary note

Modeling actual traffic load on road bridges

Two models for the determination of actual road traffic load in Croatia, based on the collection and analysis of statistical data, are proposed. These models are used for estimating reliability of bridges from the standpoint of ultimate limit load, serviceability limit state, and fatigue load of bridges. The deterministic and probabilistic alternatives are given for both models. Proposed models are implemented, as a random line of vehicles, into a computer simulation of actual traffic load effects.

D. Markulak, B. Androić

Note préliminaire

Modélisation de la charge de trafic réelle des ponts routiers

L'article propose des modèles de charge de trafic réelle en Croatie, fondés sur la collecte et le dépouillement des données statistiques. Il s'agit de deux modèles pour l'évaluation de la fiabilité des ponts du point de vue de l'état limite extrême, de l'état limite d'exploitation et de la fatigue des ponts. On donne une variante déterministe et une variante probabiliste pour les deux modèles. Les modèles proposés représentent une file de véhicules créée au hasard et ils ont été implémentés dans une simulation informatique des effets d'une charge de trafic réelle.

Д. Маркулак, Б. Андроић

Предварительное сообщение

Моделирование действительной транспортной нагрузки дорожных мостов

В работе предлагаются модели действительной дорожной транспортной нагрузки в Хорватии, базированные на сборе и обработке статистических данных. Это две модели для оценки надёжности мостов с точки зрения крайнего предельного состояния, предельного состояния употребления и усталости мостов. Даются также детерминистический и пробабилистический варианты для обеих моделей. Предложенные модели, как будто случайно созданные колонны автомобилей, имплементированы в расчётную симуляцию влияния от действительной транспортной нагрузки.

D. Markulak, B. Androić

Vorherige Mitteilung

Modellieren der wirklichen Verkehrsbelastung von Strassenbrücken

Es werden zwei Modelle der wirklichen Strassenverkehrsbelastung in Kroatien vorgeschlagen, begründet am Ansammeln und an der Bearbeitung statistischer Daten. Das sind zwei Modelle für die Bewertung der Zuverlässigkeit von Brücken vom Blickpunkt des äussersten Grenzzustandes, des Grenzzustandes der Brauchbarkeit und der Ermüdung der Brücken. Dargelegt ist die deterministische und die probabilistische Variante für beide Modelle. Die vorgeschlagenen Modelle sind als zufällig entstandene Fahrzeugkolonnen in die rechnerische Simulation des Einflusses der wirklichen Verkehrsbelastung implementiert.

Autori: Doc. dr. sc. **Damir Markulak**, Građevinski fakultet Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku, Drinska 16a, Osijek; prof. dr. sc. **Boris Androić**, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, Zagreb

1 Uvod

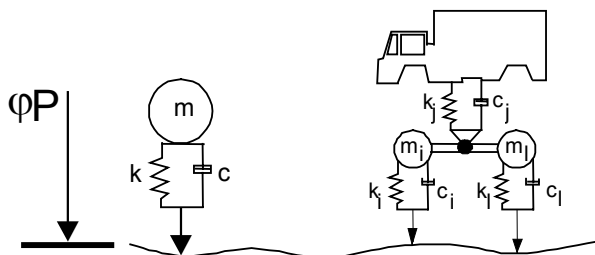
Procjena pouzdanosti cestovnih mostova zahtijeva analizu njegove otpornosti s obzirom na krajnju nosivost, uporabivost te umornost. Pritom je jedan od najvećih izvora nepoznanosti utvrđivanje utjecaja od prometnog opterećenja koje ima izrazit stohastički karakter. U prvom redu to se odnosi na broj vozila na mostu, te njihovu težinu i položaj. Propisi za proračun mostova osiguravaju unaprijed zahtijevani minimum pouzdanosti za sve tipove konstrukcija propisujući sheme prometnog opterećenja primjenjive za sve proračunske situacije, ali zbog toga i vrlo konzervativne.

Kada se most počne upotrebljavati, proračunski tretman treba bazirati na stvarnom djelovanju i otpornosti, što omogućava puno točniju ocjenu stvarno postignutog stupnja sigurnosti nego je to bio slučaj u fazi dimenzioniranja. Primjerice, stvarne karakteristike djelovanja i otpornosti potrebne su pri procjeni aktualne pouzdanosti mosta, trajnosti mosta, pri optimizaciji resursa za održavanje i sanaciju mostova (odnosno kvalitetnije gospodarenje cestama i mostovima), provedbi različitih probabilističkih analiza i sl.

U ovome se radu predlažu pojednostavljeni modeli stvarnoga cestovnog opterećenja u Hrvatskoj primjenjivi za analizu pouzdanosti mostova.

2 Pristupi modeliranju stvarnoga prometnog opterećenja

Stvarno cestovno prometno opterećenje mosta najčešće se reprezentira modelima teških teretnih vozila koja imaju najveći utjecaj na konstrukciju. Najjednostavniji model teretnog vozila predstavlja pojedinačna koncentrirana sila iznosa jednakog ukupnoj težini vozila. Dinamički utjecaj vozila pritom se uvodi množenjem sile odgovarajućim dinamičkim koeficijentom, ili pak detaljnijim modeliranjem dinamičkih karakteristika vozila (slika 1.). Modele takvog tipa podržavaju svi računalni programi za proračun konstrukcija, a s obzirom na to da ne zahtijevaju puno računalnog vremena, često se primjenjuju u slučajevima kada je potrebna brza procjena utjecaja vozila na konstrukciju, predviđanje mogućih dinamičkih efekata zbog interakcije vozila i mosta i sl.



Slika 1. Modeliranje dinamičkih karakteristika teretnih vozila

Složeniji modeli u račun uključuju geometriju vozila, pri čemu se može raditi o 2D ili 3D modelima (slika 1.), [1, 2]. Takvi modeli zahtijevaju više podataka o stvarnom vozilu - primjerice načinu raspodjele tereta na pojedine osovine, dinamičkim karakteristikama i sl. Primjena modela podrazumijeva i analizu interaktivnog djelovanja s konstrukcijom mosta, te se ovakvi modeli (pogotovo za slučaj 3D) uglavnom primjenjuju pri detaljnijim proračunima. Zajednička karakteristika opisanih modela jest njihov deterministički karakter.

Noviji pristup u modeliranju utjecaja stvarnih vozila na rasponsku konstrukciju predstavlja metoda simulacija bazirana na probabilističkom definiranju karakteristika stvarnih vozila, [3, 4, 5]. Prednosti takvog pristupa očituju se u mogućnosti simuliranja različitih prometnih situacija na mostu (čepovi, zastoji, specijalni tereti), željenog sastava prometa te u brzini i efikasnosti metode. Primjena je naročito pogodna za analizu pouzdanosti i trajnosti mostova. Izvori podataka za modeliranje probabilističkih karakteristika prometa su odgovarajući statistički podaci, eksperimentalni podaci, ili pak njihova kombinacija.

U posljednje se vrijeme vrlo često kao izvor potrebnih podataka rabe metode bazirane na direktnom snimanju traženih karakteristika prometa *in situ*. Osobito je raširena WIM (*Weigh-in-motion*) metoda, [2], koja se i u Hrvatskoj postupno uvodi za potrebe gospodarenja cestama i mostovima.

3 Model stvarnog prometnog opterećenja za analizu krajnjega graničnog stanja i graničnog stanja uporabivosti

Cilj ovdje opisanih provedenih istraživanja bio je uvid u prosječno stanje stvarnoga cestovnoga prometnog opterećenja u Hrvatskoj. Zbog nedostatka eksperimentalnih podataka, za sada su jedini potpuniji izvor podataka o kvantitativnim karakteristikama prometa predstavljaju odgovarajući statistički podaci, [6, 7].

Na temelju navedenih podataka odabrani su karakteristični oblici teretnih vozila – tzv. reprezentativnih vozila, te su uporabom matematičke statistike izračunani podaci o njihovoj težini, učestalosti i sl., [8]. Odabir broja reprezentativnih vozila ovisi o željenoj složenosti modela, no važno je da u modelu budu zastupljene sve karakteristične vrste stvarnih vozila. Ovdje je predložen izbor pet oblika vozila po uzoru na [9], radi mogućnosti komparacije i ocjene stanja s obzirom na europske uvjete (tablica 1.). Za kvantitativnu izradu modela uporabljeni su statistički podaci iz 1997.

Model se može definirati za konkretnu lokaciju (analizirani most), ili se pak može obuhvatiti čitavo područje države. Prvi je pristup vrlo učinkovit s gledišta ocjene

pouzdanosti konkretnog mosta i podrazumijeva primjenu eksperimentalnih podataka [5]. U ovom je radu postavljen zadatak opće kvantitativne procjene stvarnoga prometnog opterećenja u Hrvatskoj.

Tablica 1. Deterministički model stvarnog prometa u Hrvatskoj 1997.

REPREZENTATIVNO VOZILO	KARAKTERISTIKE TEŽINE [kN]			ZASTUPLJENOST [%]
	Prazno	Nosivost	Ukupno	
1	59	39	98	50
2	60	140	200	15
3	150	250	400	1
4	135	110	245	19
5	100	240	340	15

S obzirom na složenost modela i ograničenost statističkih podataka, predlaže se definiranje opterećenja od vozila s pomoću ukupne težine vozila (korisni teret + vlastita težina praznog vozila). Unutar pojma ukupne težine tako su obuhvaćeni i različiti režimi opterećenosti vozila – puno, prazno, djelomično opterećeno ili pak preopterećeno. U tom se smislu reprezentativna teretna vozila iz tablice 1. mogu smatrati determinističkim modelom stvarnoga cestovnog prometa za tretman pouzdanosti mosta.

Stohastički karakter opterećenosti vozila može se pak modelirati tretmanom ukupne težine kao slučajne veličine. Najprikladnija teorijska raspodjela vjerojatnosti za takvu vrstu problema jest beta razdioba. Beta razdioba definirana je u intervalu $\langle 0,1 \rangle$, a funkcija gustoće vjerojatnosti zadana je izrazom :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x \leq 0 \text{ i } x \geq 1 \\ \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, & \text{za } 0 < x < 1 \end{cases} \quad (1)$$

Tablica 2. Parametri vjerojatnih razdioba ukupne težine vozila

KARAKTERISTIKA SLUČAJNE VARIJABLE	REPREZENTATIVNO VOZILO					
	1	2	3	4	5	
Srednja vrijednost, \bar{X} , [kN]	97,5	170	400	245	340	
Standardna devijacija, σ_X , [kN]	24	26	32	22	44	
Koeficijent varijacije, V_X	0,24	0,15	0,08	0,09	0,13	
Koeficijenti beta razdiobe	α	4,623	10,537	7,614	7,632	5,894
	β	2,773	7,379	1,219	3,816	1,721

Srednja vrijednost beta razdiobe računa se prema izrazu

$$\bar{X} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (2)$$

dok je standardna devijacija dana izrazom

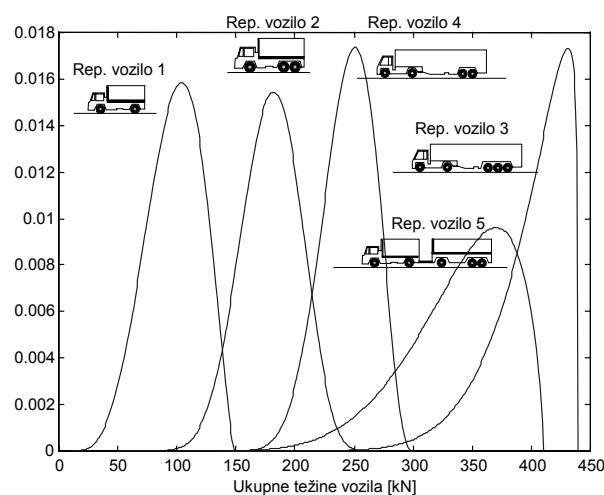
$$\sigma_X = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \quad (3)$$

gdje su α i β parametri.

Primjenom afine transformacije oblika

$$Y = aX + b \quad (4)$$

mogu se izračunati nepoznati koeficijenti α i β potrebni za potpunu definiciju vjerojatne razdiobe u intervalu u kojem se određena ukupna težina pojavljuje (ovisno o stvarnim vozilima koje reprezentativno vozilo predstavlja). Uz poznate srednje vrijednosti ukupne težine za svako vozilo te procjenu koeficijenta varijacije, mogu se izračunati traženi koeficijenti rješavanjem sustava jednačbi (2) i (3) za svako reprezentativno vozilo. Rezultati proračuna u ovdje analiziranom slučaju su u tablici 2., a grafički prikaz oblika funkcija raspodjele na slici 2.



Slika 2. Grafički prikaz funkcija razdiobe ukupnih težina za pojedino reprezentativno vozilo

4 Dinamički utjecaj vozila

Dinamički utjecaj prometnog opterećenja na most ovdje se razmatra sa stajališta predloženog modela stvarnog prometa – pojedinačnih reprezentativnih vozila. Općenito, vozila bi trebalo konstruirati tako da se njihova vlastita frekvencija ne poklapa s vlastitom frekvencijom mosta. U praksi većina teških teretnih vozila dinamički oscilira u opsegu od 1,5 – 4,5 Hz, dok je prva vlastita frekvencija mostova od 1 Hz do najviše 15 Hz. Zbog male mogućnosti utjecaja na konstrukciju vozila, mostove bi trebalo koncipirati tako da se izbjegnju vlastite frekvencije od 1-5 Hz.

Intenzitet dinamičkog djelovanja pojedinih osovina (ili skupine osovina) definira se preko omjera njihova dinamičkog i statičkog utjecaja. U normalnim okolnostima vrijednost ovog koeficijenta nalazi se u intervalu (0,1-0,3), dok se samo za izrazito loše stanje kolnika i vozila može raditi o nešto većim iznosima [2]. Pojedinačni kamioni imaju veće dinamičko djelovanje od tegljača s poluprikolicama i kamiona s prikolicama. Prema konstrukciji vozila, puno nepovoljnije djelovanje na most imaju kamioni s lisnatim gibnjevima, u odnosu prema pneumatskim i hidrauličnim ovjesima. Djelovanje kolone teretnih vozila također povećava dinamički koeficijent.

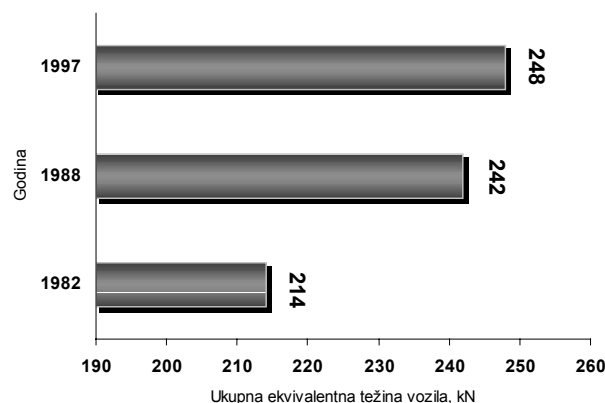
Istraživanja provedena u radu [10] pokazuju da teorijski dinamički koeficijent za pojedinačno vozilo u prometu nije veći od 30% vrijednosti dinamičkog koeficijenta po normativnom izrazu u slučaju čeličnih mostova raspona do 15 metara i dobre kolničke plohe, niti veći od 25% iste vrijednosti u slučaju raspona većeg od 15 metara.

5 Model stvarnoga prometnog opterećenja za analizu umaranja

Osnovni parametar kojim se definira utjecaj reprezentativnog vozila pri analizi umaranja jest *ekvivalentna težina vozila*, za razliku od dosad razmatrane *ukupne težine*. Za izračun ekvivalentne težine vozila uglavnom se primjenjuje Minerova hipoteza akumulacije oštećenja.

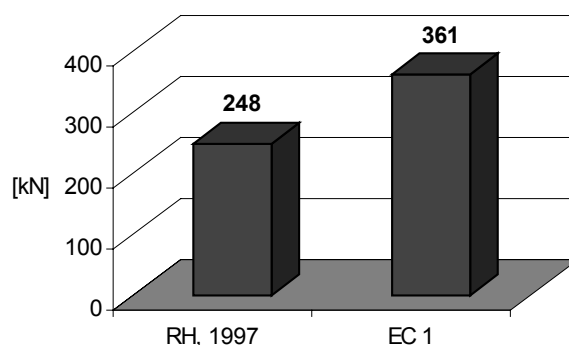
U dosadašnjim je istraživanjima prometnog opterećenja iz gledišta umornosti na našem području [11, 12], bilo predloženo nekoliko različitih tipova ekvivalentnih vozila

(s obzirom na broj osovina, nosivost i sl.) te sami modeli međusobno nisu direktno usporedivi. Ipak, usporediti se može ukupno opterećenje od svih ekvivalentnih vozila u pojedinim modelima za različite godine za koje su istraživanja provedena (slika 3.).





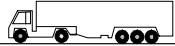


Slika 3. Usporedba ukupnoga ekvivalentnog opterećenja u Hrvatskoj za različite godine

S obzirom na to da je izbor ekvivalentnih vozila u ovom istraživanju izvršen po uzoru na oblike vozila iz [9], komparacija na razini ekvivalentnih vozila i ukupnoga ekvivalentnog opterećenja za cijeli model (slike 4. i 5.).



Slika 4. Usporedba ukupnog ekvivalentnog opterećenja za Hrvatsku (1997.) i EC 1

Prosječan odnos ekvivalentnog opterećenja prema predloženom modelu za Hrvatsku (podaci iz 1997.), i modela iz [9] jest:

Ekvivalentno vozilo				
$Q_e = 103 \text{ kN}$ $f = 0.50$ 	$Q_e = 162 \text{ kN}$ $f = 0.15$ 	$Q_e = 369 \text{ kN}$ $f = 0.19$ 	$Q_e = 227 \text{ kN}$ $f = 0.01$ 	$Q_e = 302 \text{ kN}$ $f = 0.15$ 
1	2	3	4	5

Slika 5. Deterministički model stvarnog opterećenja za analizu umornosti mosta (podaci iz 1997.)

Tablica 3. Parametri vjerojatnih razdioba ekvivalentne težine vozila

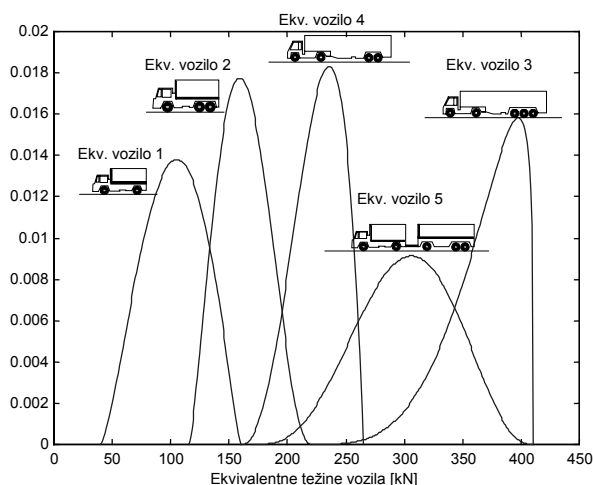
KARAKTERISTIKA SLUČAJNE VARIJABLE		EKVIVALENTNO VOZILO				
		1	2	3	4	5
Srednja vrijednost, \bar{X} , [kN]		103	162	369	227	302
Standardna devijacija, σ_X , [kN]		25	20	30	20	40
Koeficijent varijacije, V_X		0,24	0,12	0,08	0,09	0,13
Koeficijenti beta razdiobe	α	2,493	2,600	4,496	3,420	4,347
	β	2,255	3,211	1,246	1,941	3,557

$$k = \frac{Q_{e,HR}}{Q_{e,EC}} = 0.69 \quad (5)$$

Dakle, prosječno ekvivalentno opterećenje od umaranja u Hrvatskoj je oko 70% danog europskog opterećenja.

Spomenuta istraživanja, [11, 12], podrazumijevala su determinističke modele ekvivalentnih vozila za analizu umaranja.

Tretmanom ekvivalentnog opterećenja od vozila kao slučajne veličine s odgovarajućom vjerojatnom raspodjelom, može se definirati probabilistički model slično kao što je to bio slučaj s ukupnom težinom vozila. Pritom se ekvivalentna težina vozila također modelira odgovarajućom beta razdiobom. Na temelju istraženih varijacija relevantnih parametara, te uz poznavanje srednje vrijednosti ekvivalentne težine, izračunani su parametri α i β za svako ekvivalentno vozilo, [8]. Rezultati proračuna su u tablici 3., a na slici 6. je grafički prikaz dobivenih vjerojatnih razdioba.

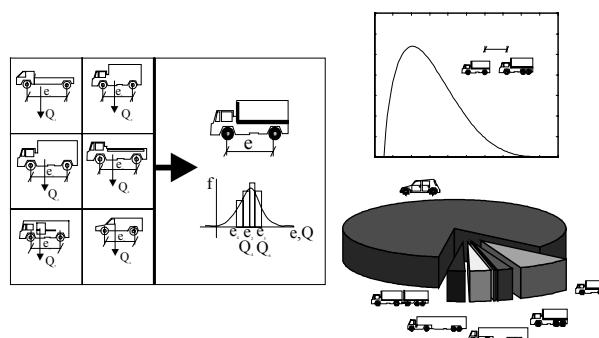


Slika 6. Grafički prikaz funkcija razdiobe ekvivalentnih težina za pojedino ekvivalentno vozilo

Takvim je pristupom omogućeno detaljnije modeliranje karakteristika pojedinoga ekvivalentnog vozila, a tako i utjecaja prometa u cjelini.

6 Simulacija utjecaja stvarnog prometa na most primjenom predloženih modela

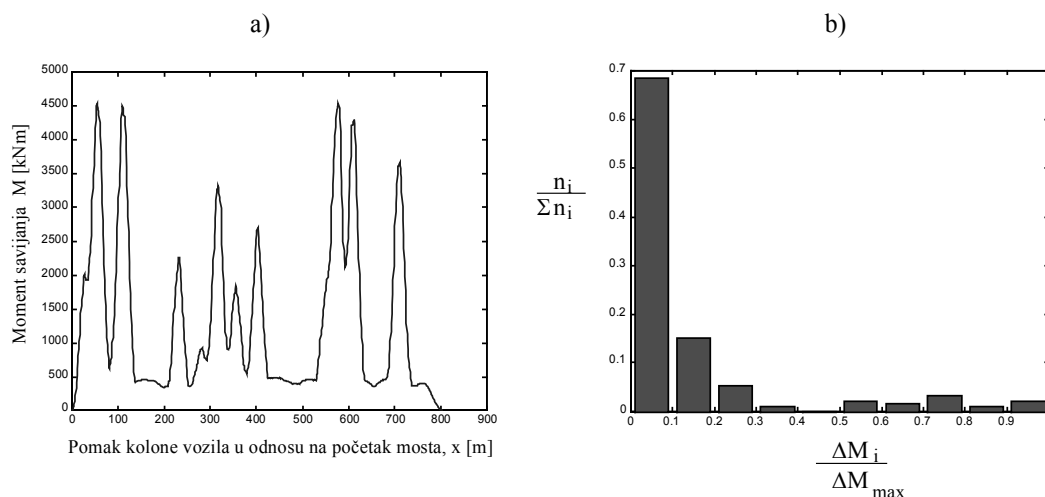
Kao reprezentant stvarnoga prometnog toka na mostu u ovome je radu usvojena kolona vozila određene dužine. Pri tome se bitne karakteristike te kolone – zastupljenost pojedinih reprezentativnih vozila i njihov poredak, relevantne težine, međusobni razmak i razmak osovina pojedinih vozila - promatraju kao slučajne veličine.



Slika 7. Probabilistički karakter parametara stvarnog prometa

Na taj se način modelom može obuhvatiti široki spektar stvarno mogućih karakteristika vozila i prometa u cjelini. Tako se npr. u skupini teretnih vozila s dvije osovine nalazi dosta stvarnih tipova vozila koja imaju različit razmak osovina, s većom ili manjom vjerojatnošću pojave svake od njih. Isti je slučaj s razmakom između vozila (slika 7.) koji se može zadavati na način da se simulira slobodan promet, zastoje, kolone i sl.

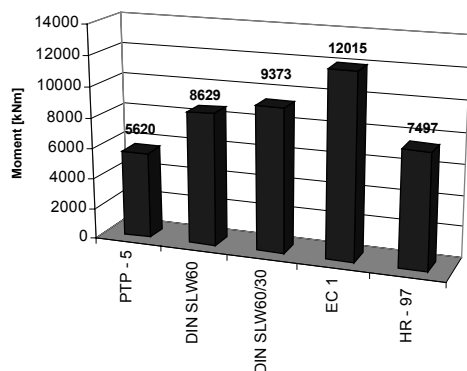
Na osnovi opisanih pretpostavki napisan je vlastiti računalni program u koji su uključeni predloženi modeli stvarnog prometa. Program se može upotrijebiti za računanje maksimalnih utjecaja na konstrukciju ostvarenih pri prolasku "n" vozila (odnosno definirane kolone) preko mosta, ali i za analizu umaranja – kada se prikazuje trajektorija promjene unutarnjih sila/naprezanja (slika 8.a) te prebro-



Slika 8. Primjer grafičkog prikaza rezultata simulacije utjecaja kolone vozila na most

javaju ostvarene razlike sila/naprezanja (slika 8.b). Oda-bir slučajnih težina vozila vrši se generatorom slučajnih brojeva distribuiranog prema raspodjeli identičnoj raspodjeli težine vozila, ali u intervalu $[0,1]$.

Uporaba programa ovdje se prikazuje na primjeru simulacije prelaska slučajno generirane kolone od 7000 teretnih vozila (kolona oko 40 km dužine prema pretpostavljenoj gustoći kolone) preko mosta raspona 40 metara. Pet tipova reprezentativnih vozila u koloni zastupljeno je u skladu s statističkim podacima o učestalosti u prometu odgovarajućih stvarnih vozila. Pri tome se računaju momenti savijanja glavnog nosača u sredini raspona mosta (poprečni presjek mosta sastoji se od dva glavna nosača i armirano-betonske kolničke ploče sa dva prometna traka). Osim opterećenja od reprezentativnih vozila u analizu je uračunan i utjecaj pješaka na pješačkom hodniku sa $2,0 \text{ kN/m}^2$.



Slika 9. Usporedba dobivenih maksimalnih momenata savijanja od prometnog opterećenja za sredinu mosta $L = 40 \text{ m}$

Na slici 9. prikazana je odnos dobivenoga maksimalnog momenta savijanja u ovdje provedenim simulacijama te maksimalnih momenata savijanja izračunanih prema najčešće primjenjivanim normativnim shemama prometnog opterećenja (za isti most i iste pretpostavke poprečne raspodjele opterećenja).

LITERATURA

7 Zaključak

U radu su prikazani modeli stvarnoga prometnog opterećenja cestovnih mostova bazirani na statističkim podacima o hrvatskom prometu. Modeli su prikazani u obliku seta reprezentativnih teretnih vozila, odabranih na način da se mogu uspoređivati sa sličnim modelima u suvremenoj regulativi.

Napravljen je model za ocjenu pouzdanosti mosta sa stajališta krajnjega graničnog stanja i graničnog stanja uporabivosti te model za analizu umornosti. Osnovni parametar teretnih vozila jest njihova ukupna težina. Ovisno o tretmanu toga parametra, definirani su deterministički i probabilistički modeli. Predloženi se modeli mogu lako implementirati u računalne programe za proračun utjecaja na konstrukciju mosta, što je u radu prikazano na primjeru jednog takvog programa. Programom se slučajno generira izbor i redosljed pojedinih vozila, njihova geometrija (razmak osovina), njihov međusobni razmak te težina po pojedinim osovina. Izračunavaju se maksimalni utjecaji na konstrukciju, odnosno prebrojavaju se i klasificiraju ostvarene razlike momenata savijanja ili naprezanja.

Prednosti ovakvog pristupa očituju se u relativno jednostavnoj mogućnosti simulacija različitih prometnih uvjeta te obuhvaćanju mnogobrojnih tipova vozila s nekoliko reprezentativnih. Modeli se mogu lako korigirati odgovarajućim eksperimentalnim podacima što je posebna prednost. Za grublje je procjene dovoljna uporaba simulacija s determinističkim modelima, što zbog njihove jednostavnosti osigurava brzi proračun.

-
- [1] Henchi, K.; Talbot, M.; Fafard, M.: *Analyse dynamique de l'interaction pont-vehicules pour les ponts routiers, I. Aspects numeriques, II. Application au pont de Senneterre au Quebec*, Canadian Journal of Civil Engineering 25, (1998), 161-187
- [2] Cebon, D.: *Handbook of Vehicle-Road Interaction*, Swets&Zeitlinger Publishers, 1999.
- [3] Bez, R.; Cantieni, R.; Jacquemoud, J.: *Modelling of highway traffic in Switzerland*, IABSE Proceedings P-117/87, vol.11 (1987), No.2, Zurich
- [4] Geißler, K.: *Restlebensdauerberechnung von Stahlbrücken unter Nutzung detaillierter Beanspruchungsverläufe*, Stahlbau 64 (1995), 79-87
- [5] Bailey, S. F.: *Basic Principles and load models for the structural safety evaluation of existing road bridges*, EPFL Lausanne, these 1467 (1996)
- [6] *Brojenje prometa na cestama Republike Hrvatske u 1997. godini*, Prometis, Zagreb 1998
- [7] *Promet i veze 1997.*, Državni zavod za statistiku, Zagreb 1998.
- [8] Markulak, D.: *Probabilistička ocjena razine sigurnosti cestovnih spregnutih mostova*, Disertacija, Građevinski fakultet u Zagrebu, Zagreb 2001.
- [9] CEN - European Comitee for Standardisation: Eurocode 1.3. – Part 3 : *Traffic loads on bridges*
- [10] Tanović, R.: *Vjerojatnost otkazivanja nosivosti cestovnih čeličnih mostova zbog zamaranja*, Disertacija, Fakultet građevinskih znanosti Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 1991.
- [11] Jurić, S.: *Utjecaj zamora na trajnost čeličnih cestovnih mostova*, Magistarski rad, Fakultet građevinskih znanosti Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 1993.
- [12] Markulak, D.: *Trajnost konstrukcijskih elemenata spregnutih mostova s aspekta umaranja*, Magistarski rad, Zagreb, 1996.
-